Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

JUNIE 2021

WISKUNDE V2
(EKSEMPLAAR)

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, insluitend 'n inligtingsblad.

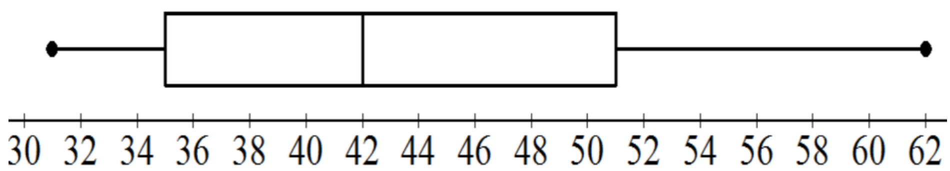
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDEBOEK wat voorsien is.
3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.
4. Vir antwoorde alleen, sal NIE noodwendig volpunte toegeken word NIE.
5. Jy mag ŉ goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld word.
6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. ŉ Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die mond-en-snor diagram hieronder stel sokkerklubs se posisies vanaf 1 tot 14 voor, nadat hulle ’n gelyke aantal wedstryde gespeel het.



Die volgende tabel is gedeeltelik voltooi, vanaf bo (posisie 1) tot onder (posisie 14):

Posisie	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Punte	***a***	59	58	***b***	49	45	***c***	42	37	36	***d***	32	32	***e***

1.1 Skryf die waardes van *a, b, c, d* en *e* neer. (5)

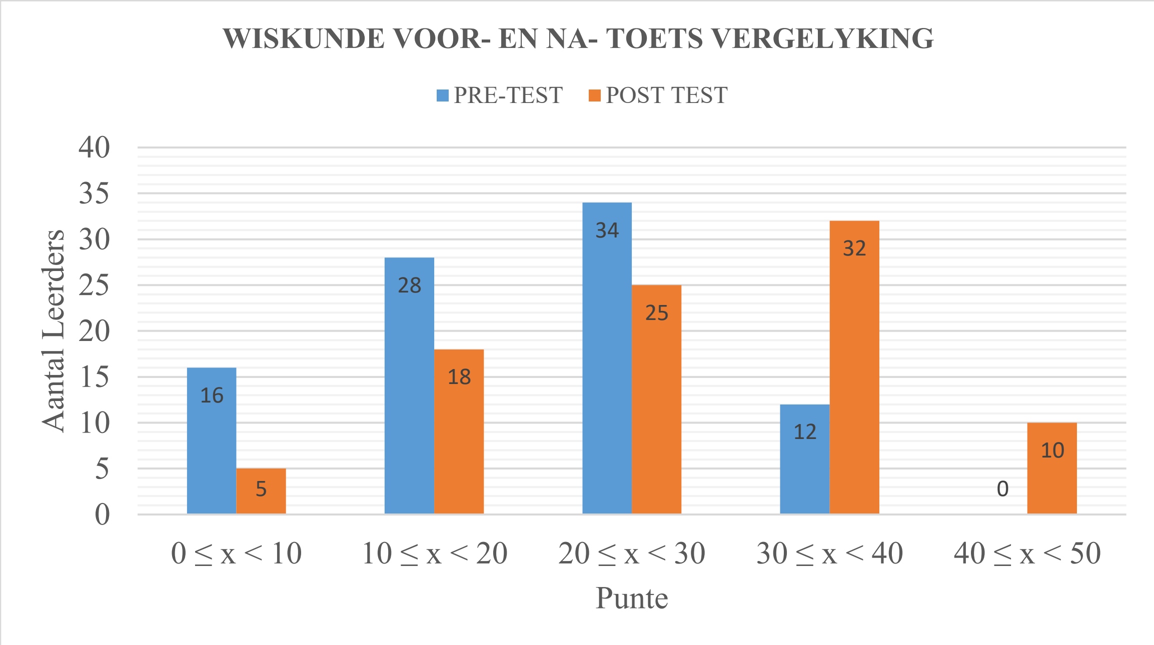
1.2 Lewer kommentaar op die skeefheid van die data. (1)

1.3 Een kommentator sê dat die boonste vier spanne elkeen ten minste 50 punte gehad het. Stem jy saam met die kommentator of nie? Staaf jou antwoord. (2)

[8]

VRAAG 2

ŉ Skool het ŉ naweekkamp vir 90 graad 12-leerders, wat Wiskunde doen, gereël. Leerders het ŉ Voor-toets (toets voordat klasse begin het) en ŉ Na-toets (toets nadat klasse voltooi is) uit 50 punte elk geskryf. Hieronder is die grafiek wat die data voorstel.



2.1 Gebruik die grafiek om vas te stel of die kamp ŉ positiewe impak (beter prestasie) gehad het of nie. Gee ŉ rede vir jou antwoord. (2)

2.2 Skryf die modale-klas van die voor-toets neer. (1)

2.3 Is die gemiddelde punt van die voor-toets groter, kleiner of dieselfde as die na-Toets? (1)

2.4 Voltooi die frekwensie en die kumulatiewe frekwensie tabelle in die ANTWOORDEBOEK.

Punte	**Frekwensie**		**Kumulatiewe frekwensie**	
	Voor-toets	**Na-toets**	**Voor-toets**	**Na-toets**
$0 \leq x < 10$				
$10 \leq x < 20$				
$20 \leq x < 30$				
$30 \leq x < 40$				
$40 \leq x < 50$				

(4)

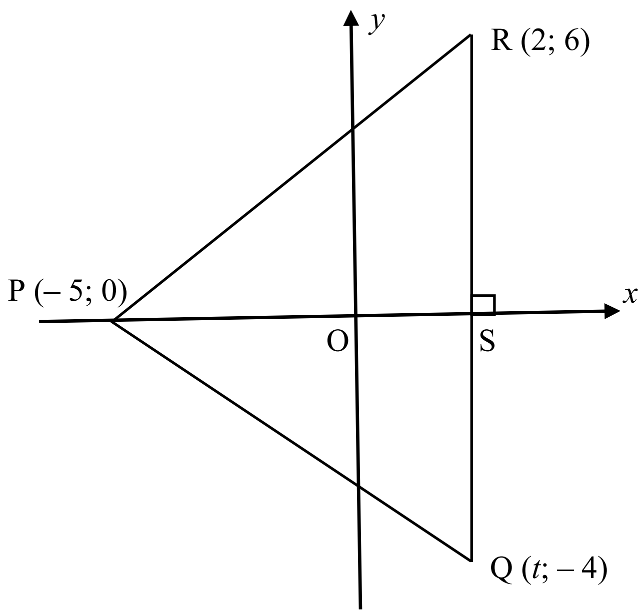
2.5 Teken die kumulatiewe frekwensie grafieke (ogiewe) deur die rooster te gebruik wat in die ANTWOORDEBOEK voorsien is. (3)

2.6 Die onderwyser het ŉ doelwit gestel dat, in vergelyking met die Voor-toets, 50% meer leerders 60% of meer in die Na-toets sal behaal. Bepaal, met die nodige berekeninge of verduideliking, of die onderwyser die doelwit behaal het of nie. (3)

[14]

VRAAG 3

ΔRPQ met hoekpunte, R(2; 6), P (– 5; 0) en Q(t; – 4) is hieronder gegee. RQ is loodreg op die x-as en sny die x-as by S. O is die oorsprong.



3.1 Skryf die waarde van t neer. (1)

3.2 Bepaal:

3.2.1 die lengte van PR. Laat jou antwoord in eenvoudigste wortelvorm. (2)

3.2.2 die gradiënt van PR. (2)

3.3 Bepaal die grootte van $P\hat{R}Q$. (5)

3.4 Bepaal of ΔQPR reghoekig by P is of nie. (4)

3.5 Bepaal die vergelyking van die lyn wat parallel met PQ is en deur die oorsprong gaan. (3)

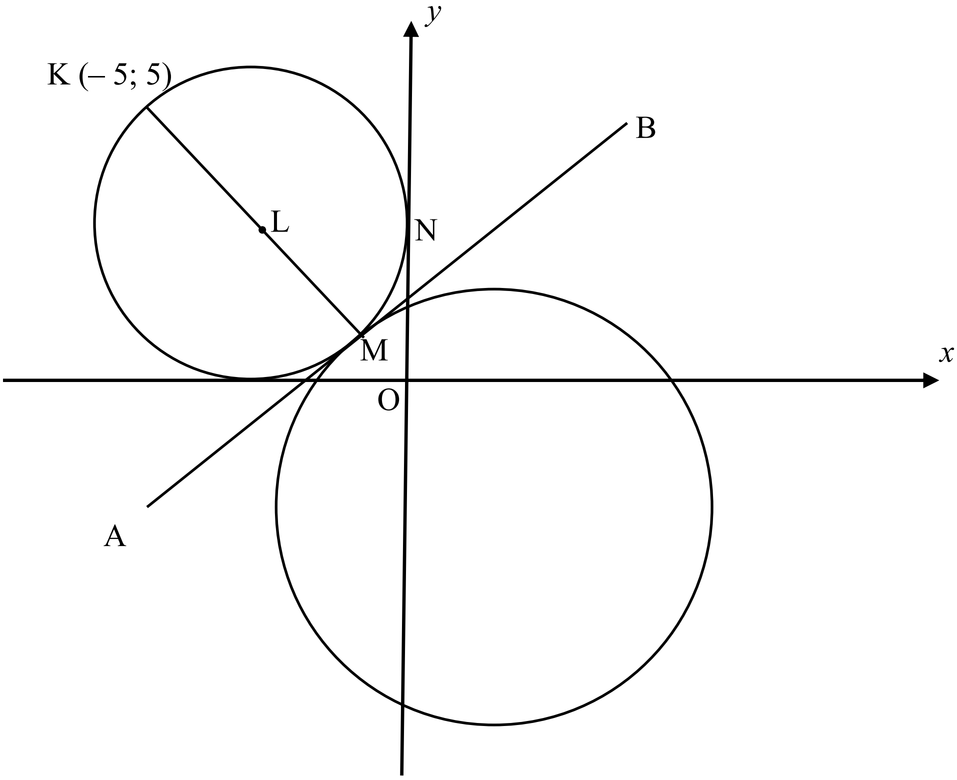
3.6 Bepaal die waarde van $\dfrac{\text{Oppervlakte van } \Delta SPR}{\text{Oppervlakte van } \Delta PRQ}$ (5)

[22]

VRAAG 4

In die diagram hieronder het ŉ kleiner sirkel, met middellyn KM wat deur middelpunt L gaan, ŉ raaklyn by M en ŉ y-afsnit by N. Die vergelyking van die kleiner sirkel is $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 9 = 0$.

Die groter sirkel gaan deur M. Die oorsprong, O en K (– 5 ; 5) is gegee.



4.1 Bepaal:

4.1.1 die koördinate van L en die lengte van die radius van die kleiner sirkel (4)

4.1.2 die koördinate van M (3)

4.1.3 die vergelyking van raaklyn AMB in die vorm $y = \ldots$ (4)

4.1.4 die koördinate van N (2)

4.2 As die koördinate van die middelpunt van die groter sirkel die gevolg is daarvan dat die koördinate van L, 5 eenhede na regs en 7 eenhede afwaarts skuif.

4.2.1 Skryf die koördinate van die middelpunt van die nuwe sirkel neer. (2)

4.2.2 Bepaal of die middellyn van die groter sirkel vanaf ŉ gemeenskaplike kontakpunt, M, deur die oorsprong gaan of nie. (4)

[19]

VRAAG 5

5.1 Gegee dat $\sin\alpha = -\frac{5}{13}$ en $\tan\beta = -\frac{3}{4}$ waar $\alpha, \beta \in [90^\circ ; 270^\circ]$, bereken, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die waarde van:

5.1.1 $\sin(\alpha+\beta)$ (5)

5.1.2 $\cos 2\beta$ (3)

5.1.3 $\tan(-\alpha - 180^\circ)$ (2)

5.2 Beskou die identiteit: $\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta}$

5.2.1 Vir watter waarde(s) van θ, vir $\theta \in [0^\circ ; 360^\circ]$ is die identiteit ongedefinieerd? (2)

5.2.2 Bewys die identiteit. (4)

5.3 As $\tan x = 3k$ en $\tan y = 2k$,

bepaal $\frac{\sin(x-y)}{\cos x . \cos y}$ in terme van k (4)

[20]

VRAAG 6

Gegee die funksies:

$$f(x)=\cos(x-60°) \text{ en } g(x)=\sin 3x \quad \text{vir} \quad x\in[-90°;180°]$$

6.1 Skryf neer:

6.1.1 die amplitude van f (1)

6.1.2 die periode van g (1)

6.2 Bepaal die waardes van x waarvoor $f(x) = g(x)$ vir $x \in [-90° ; 180°]$ (6)

6.3 Op dieselfde assestelsel, skets die grafieke van f en g vir $x \in [-90° ; 180°]$ in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK. Toon ALLE afsnitte met die asse sowel as die draaipunte en eindpunte. (5)

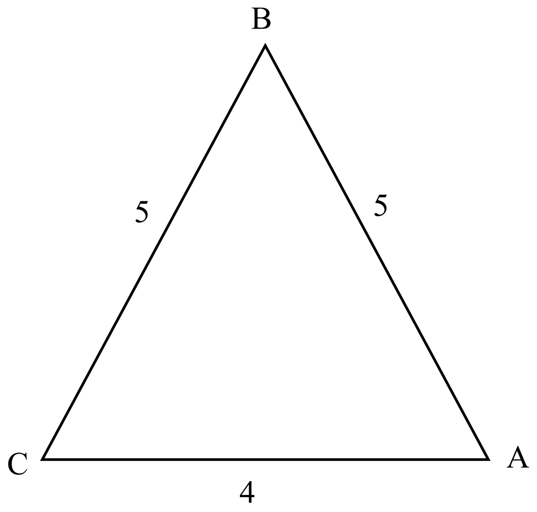
6.4 Vir watter waarde(s) van x is $\dfrac{g(x)}{f(x)}$ ongedefinieerd vir $x \in [-90°; 180°]$? (1)

6.5 Skryf die vergelyking van $h(x)$ neer, as $h(x)$ die gevolg is deur $f(x)$, 15^0 na links te skuif. (1)

[15]

VRAAG 7

Die diagram hieronder toon Δ ABC met sy lengtes 5, 5 en 4 eenhede.



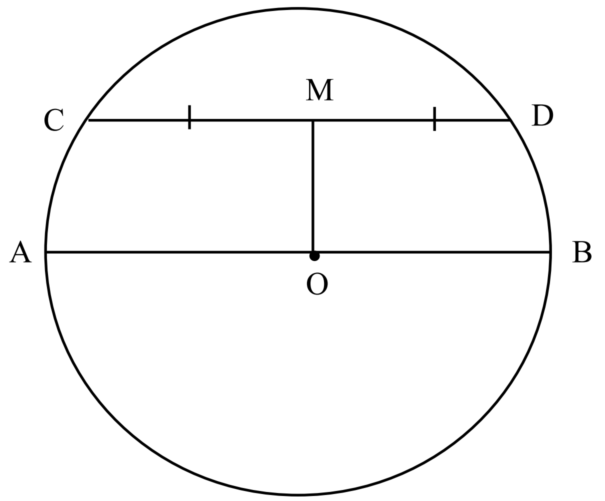
Bepaal die numeriese waarde van $\cos A - \cos B$ (5)

[5]

Gee redes vir jou bewerings in VRAE 8, 9, 10 en 11.

VRAAG 8

In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel A, B, C en D.
M is die middelpunt van koord CD. Lyn OM is getrek. AB is die middellyn.
AB = 22 cm en OM = 7 cm.



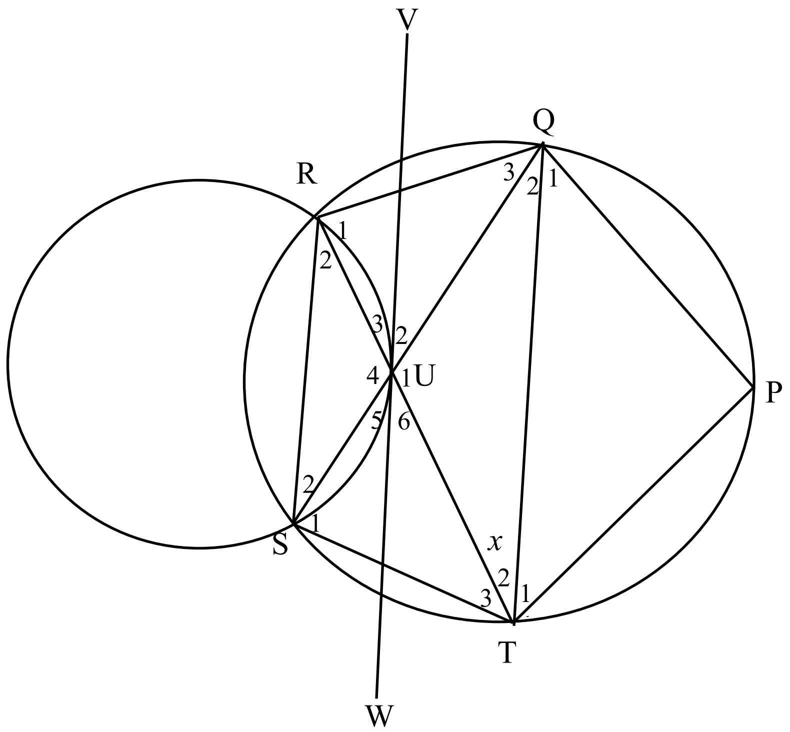
Bepaal, met redes, die lengte van CD. (5)

[5]

VRAAG 9

In die diagram hieronder sny ŉ groter sirkel PQRST ŉ kleiner sirkel by R en S. VW is ŉ raaklyn aan die kleiner sirkel by U. SUQ en TUR is reguitlyne.

Koorde RQ, QP, PT, QT, TS en SR is ook getrek. $R\hat{T}Q = x$.



9.1 Bewys, met redes, dat $\Delta RUS \,|||\, \Delta QUT$. (3)

9.2 Bepaal, met redes, DRIE ander hoeke wat elk gelyk is aan x (4)

9.3 As $R\hat{Q}T = 90 - x$, bepaal:

9.3.1 of QT ŉ middellyn is of nie. (4)

9.3.2 $\hat{P}$ (2)

9.4 As dit verder gegee word dat UQ = UT, toon dat:

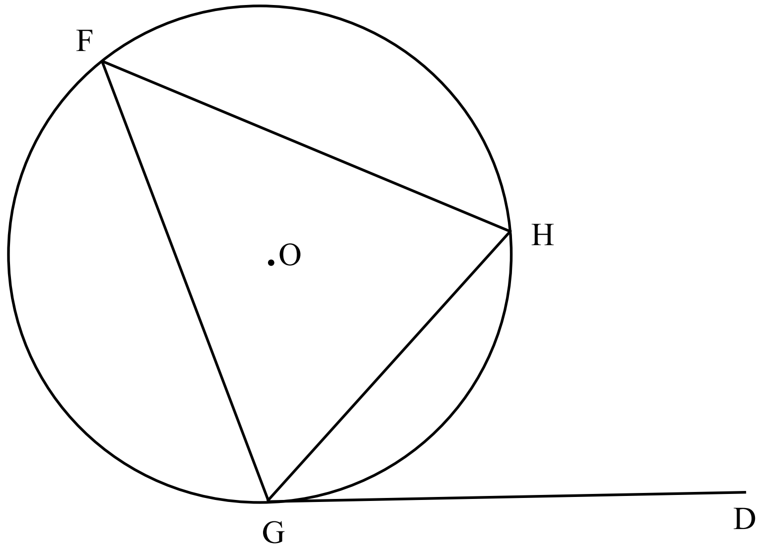
9.4.1 RS || QT (2)

9.4.2 VW ook ŉ raaklyn is aan die sirkel, wat deur QUT gaan, by U. (2)

[17]

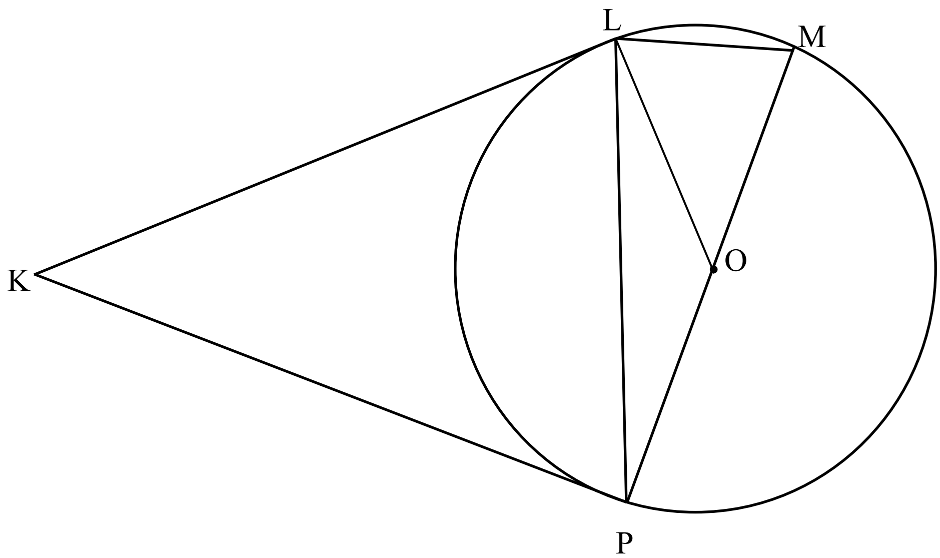
VRAAG 10

10.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel FGH met DG 'n raaklyn by G.



Bewys die stelling wat meld dat $D\hat{G}H = \hat{F}$ (5)

10.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel LMP met raaklyne KL en KP by L en P onderskeidelik. $O\hat{L}M = 67°$



10.2.1 Watter tipe vierhoek is KLOP ? (1)

10.2.2 Gee, met redes, 3 hoeke wat elk gelyk is aan 90^{o}. (5)

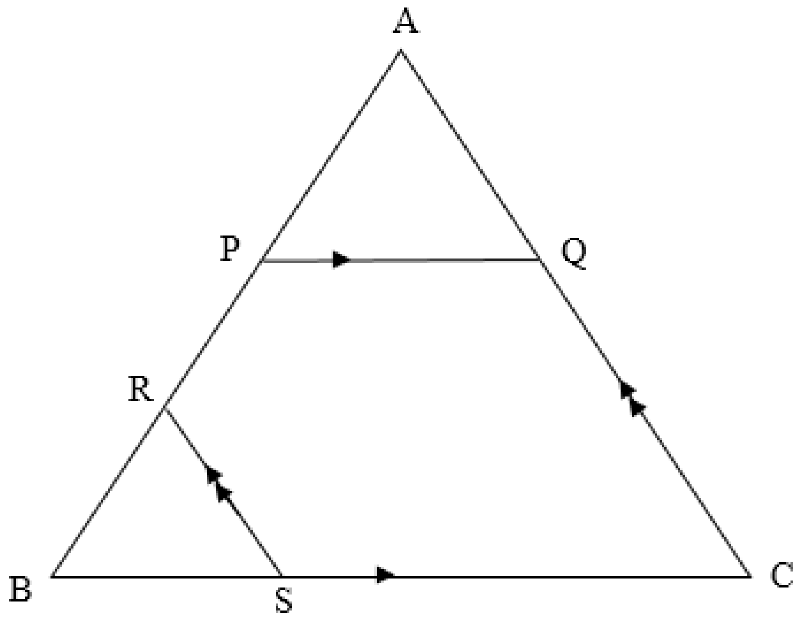
10.2.3 Bewys, meld redes, dat KLOP 'n koordevierhoek is. (2)

10.2.4 Bepaal, vervolgens, $\hat{K}$. (5)

[18]

VRAAG 11

In die diagram hieronder is ΔABC geteken met $PQ \parallel BC$ en $RS \parallel AC$.
$AQ : QC = 3 : 5$ en $BR : RA = 1 : 3$



Bewys dat $AP = PR$. (7)
[7]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

InΔABC: $\quad \frac{a}{\sin \mathrm{A}} = \frac{b}{\sin \mathrm{B}} = \frac{c}{\sin \mathrm{C}}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$area\,\Delta\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}ab.\sin \mathrm{C}$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$\mathrm{P(A)} = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$