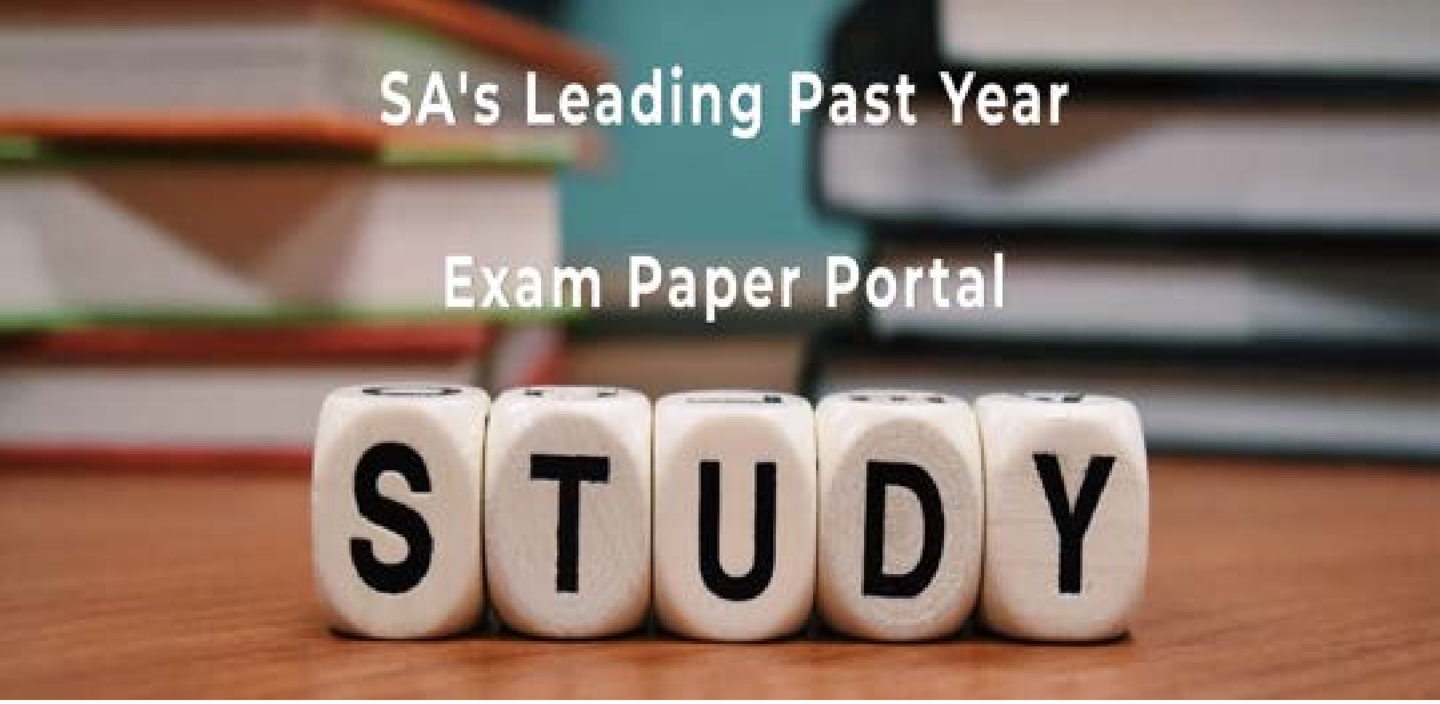


You have Downloaded, yet Another Great Resource to assist you with your Studies ☺

Thank You for Supporting SA Exam Papers

Your Leading Past Year Exam Paper Resource Portal

Visit us @ www.saexampapers.co.za

SA EXAM PAPERS

Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT

GRAAD 12

JUNIE 2023

WISKUNDE V2

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye en 'n antwoordeboek van 22 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Jy mag ŉ goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders aangedui.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders aangedui.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. ŉ Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Op Nuwejaarsdag was 11 minibus-taxi's, tussen 05:00 en 06:00, by ŉ padblokkade tussen King William's Town en Oos-Londen gestop. Die volgende datastel toon die aantal passasiers per minibus-taxi.

18	26	25	18	16	12	10	8	18	17	8

1.1 Bereken die gemiddelde aantal passasiers per taxi. (2)

1.2 Bereken die standaardafwyking vir die datastel. (2)

1.3 Taxi's wat ŉ aantal passasiers het met meer as een standaardafwyking bo die gemiddelde kan as oorlaai beskou word. Hoeveel taxi's was oorlaai? (2)

1.4 As die aantal passasiers in ŉ taxi, meer as een standaardafwyking onder die gemiddelde is, kan die reis as onekonomies beskou word. Bereken die persentasie van taxi's wat in hierdie kategorie is. (2)

[8]

VRAAG 2

Werkende pa's help werkende ma's met huiswerk.
Die tabel hieronder stel die aantal ure wat spandeer word om huiswerk te doen voor.

Ure	**Aantal pa's**
$0 < x \leq 5$	1
$5 < x \leq 10$	18
$10 < x \leq 15$	24
$15 < x \leq 20$	25
$20 < x \leq 25$	18
$25 < x \leq 30$	12
$30 < x \leq 35$	1
$35 < x \leq 40$	1

2.1 Voltooi die frekwensietabel in jou SPESIALE ANTWOORDEBOEK en teken ŉ ogief van die data op die rooster wat voorsien is. (4)

2.2 Gebruik die grafiek om ŉ geskatte/beraamde gemiddelde waarde te vind. (2)

2.3 Skryf die modaleklas neer. (1)

2.4 Bereken die geskatte/beraamde gemiddelde. (2)

2.5 Vergelyk die gemiddelde, mediaan en modus waardes. Verduidelik wat dit vir die datastel beteken. (3)

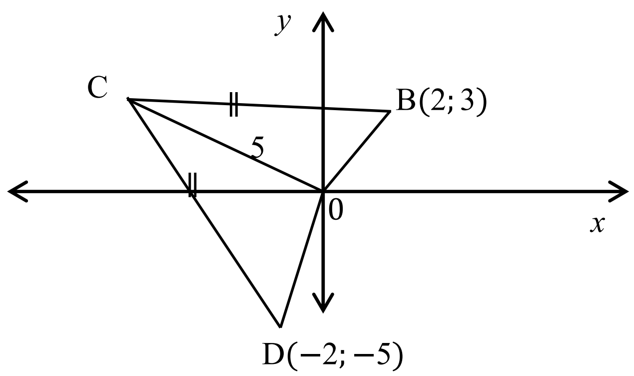
[12]

VRAAG 3

3.1 Die reguitlyn $y = 3x - 3$ is loodreg op die reguitlyn wat die y-as by $(0; 10)$ sny en deur die punt $\left(4\ ;\ \frac{p}{2}\right)$. gaan. Bepaal die waarde van p. (3)

3.2 Die afstand tussen die oorsprong en punt $P(-2\ ; p - 1)$ is $2p$ eenhede. Bereken die waarde van p (5)

3.3 Die diagram hieronder toon vierhoek OBCD met hoekpunte $O(0\ ; 0)$, $B(2\ ; 3)$, C en $D(-2\ ;\ -5)$. Die lengte van OC is 5 eenhede en BC = DC.



3.3.1 Bepaal die gradiënt van BD. (2)

3.3.2 Bepaal die vergelyking van die middelloodlyn vanaf C na BD in die vorm $y = mx + c$. (3)

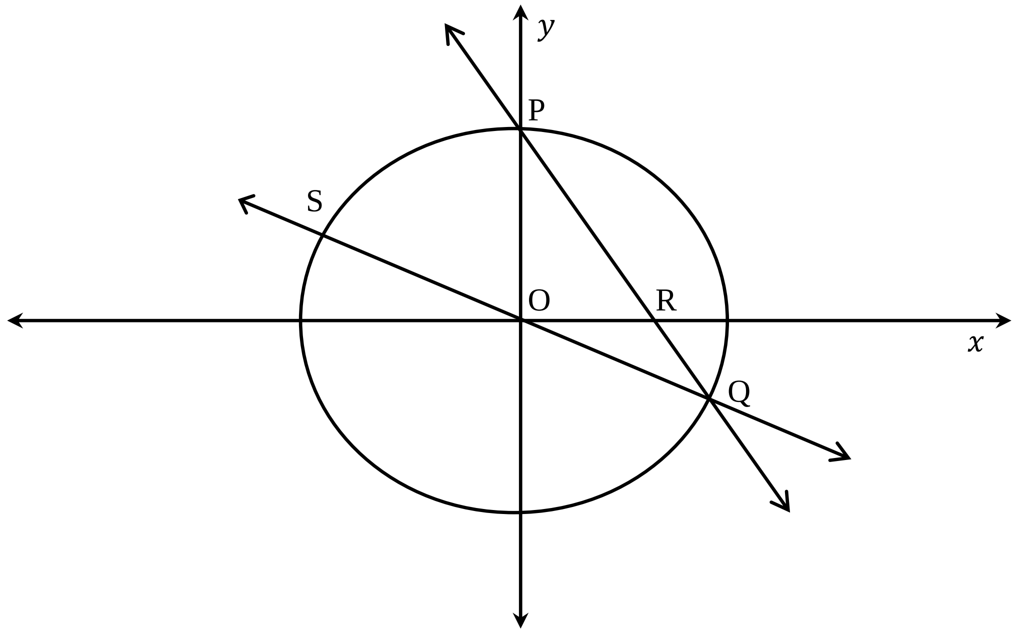
3.3.3 Bepaal die vergelyking van die sirkel met middelpunt by O en wat deur C gaan. (2)

3.3.4 Bepaal die y-koördinaat van punt C. (6)

[21]

VRAAG 4

In die diagram hieronder, sny sirkel $x^2 + y^2 = 16$ die reguitlyn PQ, wat deur $2x + y = 4$ by P en Q gedefinieer word. R is die $x-$ afsnit van PQ.



4.1 Toon dat die koördinate van P en Q , onderskeidelik $(0\,;4)$ en $(3{,}2\,;-2{,}4)$ is. (7)

4.2 QO verleng sny die sirkel by S. Bepaal die koördinate van S. (2)

4.3 Bepaal die vergelyking van die sirkel met middelpunt by R en wat die y-as raak. (4)

4.4 Bepaal die afstand tussen die middelpunte van die sirkels, $x^2 + y^2 = 16$ en $(x - 6)^2 + y^2 - y = 12$. (5)

[18]

VRAAG 5

5.1 As $5\cos\theta - 3 = 0$; $180^\circ < \theta < 360^\circ$ en $17\sin\alpha = 8$; $90^\circ < \alpha < 270^\circ$, bepaal, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, die waarde van $\tan\alpha + \tan\theta$. (6)

5.2 As $\cos 42^\circ = p$ is, bepaal elk van die volgende in terme van p:

5.2.1 $\sin 48^\circ$ (2)

5.2.2 $\sin(-2202^\circ)$ (2)

5.2.3 $\cos 84^\circ$ (2)

5.3 Bepaal, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, die waarde van die uitdrukking:

$$\frac{\tan 300^\circ + \cos(90^\circ + x)}{\sin(180^\circ - x) + 2\cos(-30^\circ)}$$ (6)

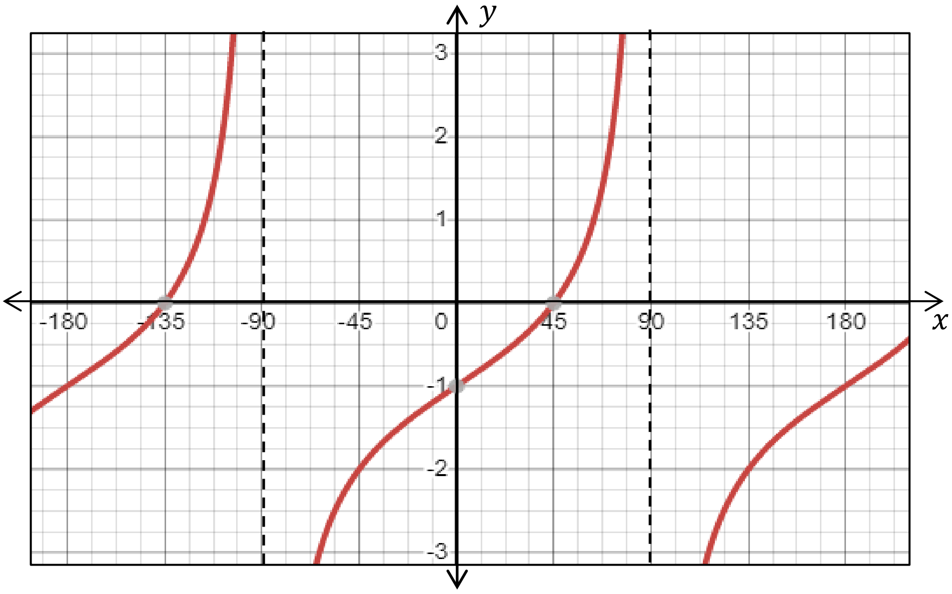
5.4 Bewys die volgende identiteit: $\frac{1 - \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$ (5)

5.5 Bepaal die algemene oplossing van $\cos x - \sin x = \sqrt{2}$. (5)

[28]

VRAAG 6

In die diagram hieronder is die funksie, $f(x) = \tan x - 1$ vir die interval $[-180^\circ; 180^\circ]$ geteken.



6.1 Teken die funksie $g(x) = \cos 2x$ in jou SPESIALE ANTWOORDEBOEK op dieselfde assestelsel. (3)

6.2 Skryf die periode van g neer. (1)

6.3 Skryf die nuwe vergelyking in die vorm van $h(x) = \cdots$ as f, 3 eenhede opwaarts geskuif word. (1)

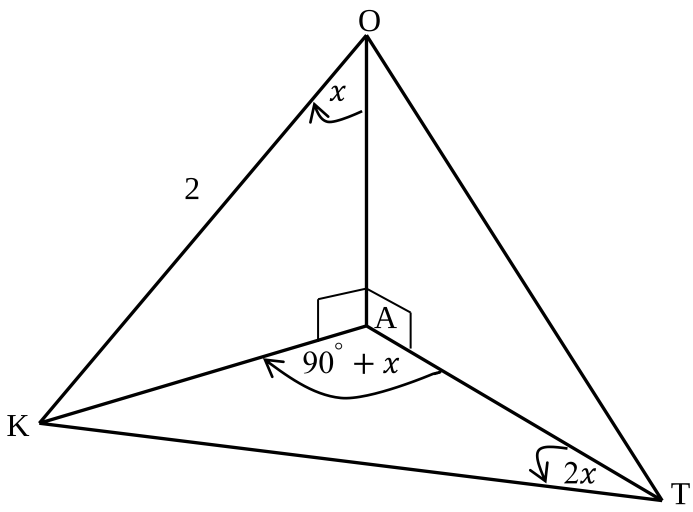
6.4 Gebruik jou grafieke om die waarde(s) van x te bepaal waarvoor $\cos 2x \leq \tan x - 1$ vir die interval $[-180^\circ; 0^\circ]$ is. (3)

6.5 Gebruik jou grafiek om die volgende vergelyking op te los: $\cos B + 1 = \tan \frac{1}{2} B$. (4)

[12]

VRAAG 7

In die figuur hieronder, is OA 'n vertikale toring en die punte K en T is in dieselfde horisontale vlak as A, die voet van die toring. $A\hat{O}K = x$, $K\hat{A}T = 90^\circ + x$, $K\hat{T}A = 2x$ en $OK = 2$ eenhede.



7.1 Druk AK in terme van 'n trigonometriese funksie waarde van x in twee verskillende maniere uit, en bepaal vervolgens of andersins, die lengte van KT. (5)

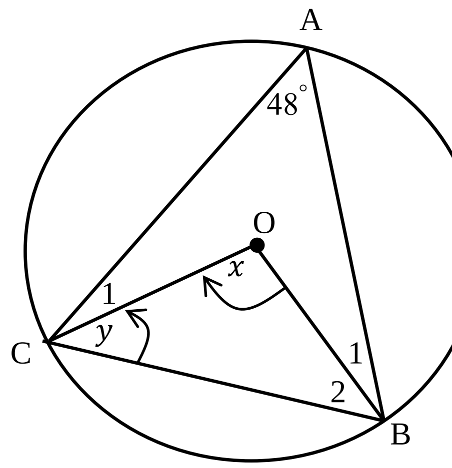
7.2 Toon aan dat: $AT = \dfrac{\cos 3x}{\cos x}$ (2)

7.3 Vereenvoudig $\dfrac{\cos 3x}{\cos x}$ tot 'n trigonometriese funksie van $\sin x$. (4)

[11]

VRAAG 8

8.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel wat deur A, B en C gaan. $C\hat{A}B = 48^\circ$, $C\hat{O}B = x$ en $\hat{C}_2 = y$.

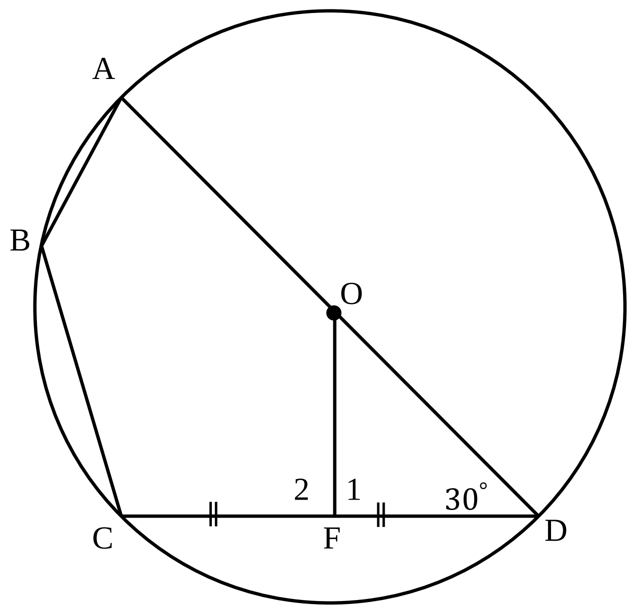


Bepaal, met redes, die grootte van:

8.1.1 x (2)

8.1.2 y (2)

8.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel wat deur A, B, C en D gaan. AOD is 'n reguitlyn en F is die middelpunt van koord CD. $O\hat{D}F = 30^\circ$.

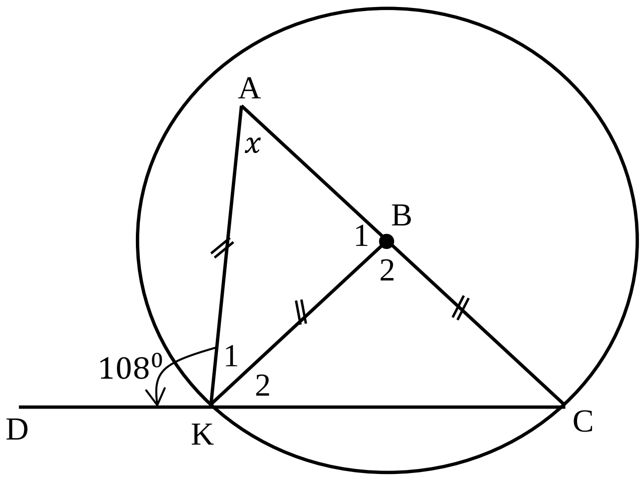


Bepaal, met redes, die grootte van:

8.2.1 $\hat{F}_1$ (2)

8.2.2 $A\hat{B}C$ (2)

8.3 In die diagram hieronder is B die middelpunt van die sirkel. AK = KB = BC.
$A\widehat{K}D = 108^{\circ}$ en $\widehat{A} = x$.



8.3.1 Druk $\widehat{B}_1$ in terme van x uit. (2)

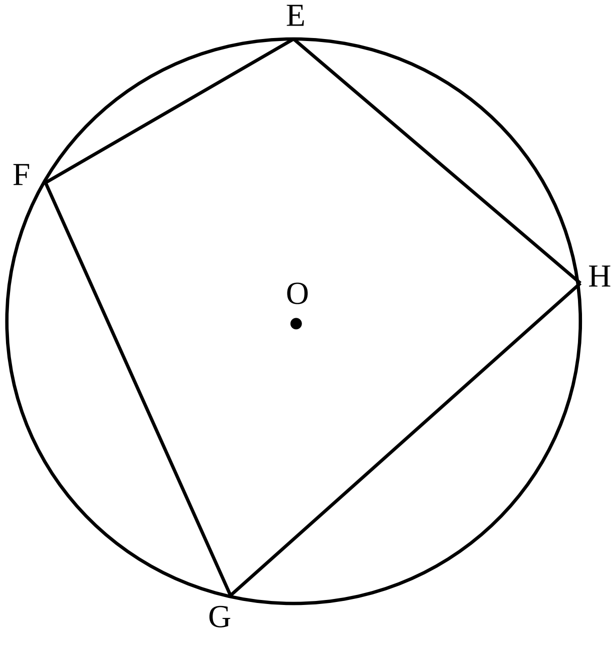
8.3.2 Toon aan dat $\widehat{C} = \frac{x}{2}$ (3)

8.3.3 Los op vir x. (4)

[17]

VRAAG 9

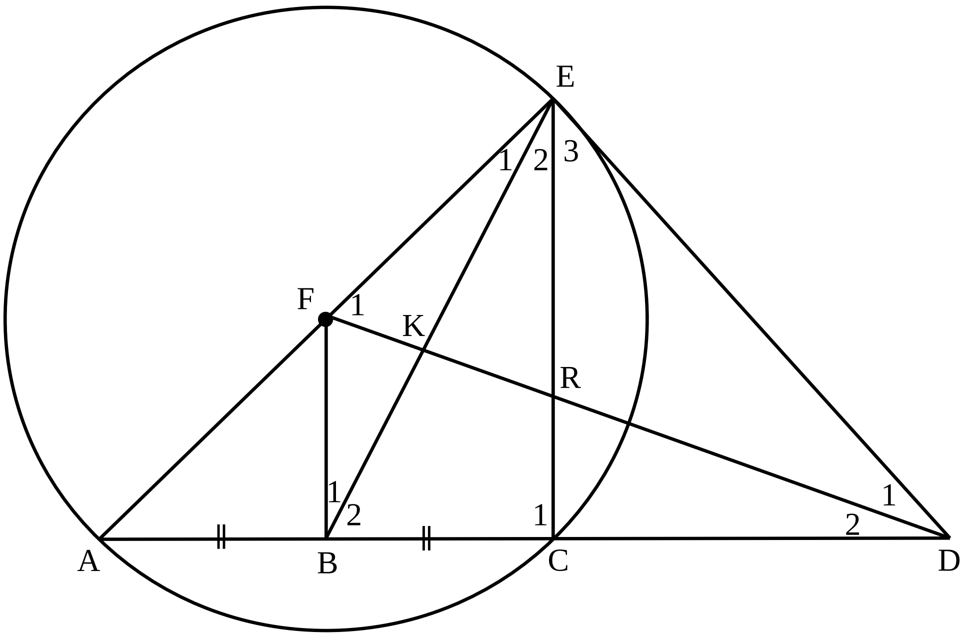
Verwys na die diagram hieronder. O is die middelpunt van die sirkel. E, F, G en H is op die omtrek van die sirkel. Bewys die stelling dat $\widehat{E} + \widehat{G} = 180^{\circ}$.



[6]

VRAAG 10

In die diagram hieronder is ED ʼn raaklyn aan die sirkel wat deur A, C en E gaan. F is die middelpunt van die sirkel. AC is verleng en ontmoet ED by D en FB halveer vir AC. Reguitlyne FD, BE en EC is geteken.



Bewys, met redes, dat:

10.1 EFBD ʼn koordevierhoek is (4)

10.2 Δ BCE ||| ΔFED (6)

10.3 $BC = \dfrac{FA\,.CE}{ED}$ (3)

10.4 $BC = \dfrac{AC\,.FE}{AE}$ (4)

[17]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i} \qquad P = \frac{x\left[1 - (1+i)^{-n}\right]}{i}$$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $\quad area\,\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases} \qquad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$ $\quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$

Kopiereg voorbehou