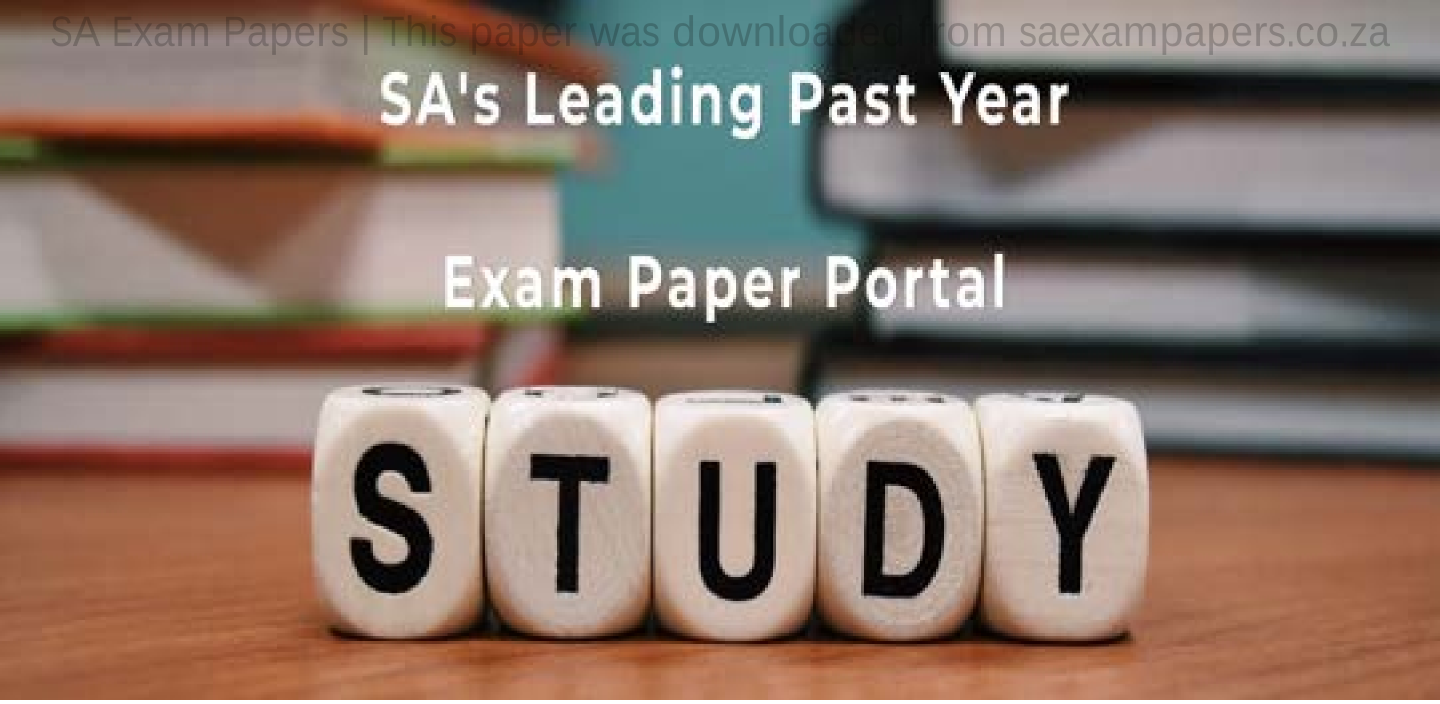

SA's Leading Past Year
Exam Paper Portal
STUDY

Province of the EASTERN CAPE EDUCATION

NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT

GRAAD 12

SEPTEMBER 2023

WISKUNDE V1

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, insluitend 'n inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit ELF vrae. Beantwoord AL die vrae.
2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoord gebruik het, duidelik aan.
3. Jy mag ŉ goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbare en niegrafies) gebruik, tensy anders aangedui.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders aangedui.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
8. ŉ Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $x^2 + x - 30 = 0$ (3)

1.1.2 $x(2x - 6) = -3$ (korrek tot TWEE desimale plekke) (4)

1.1.3 $x^2 - 2x + 1 > 0$ (3)

1.1.4 $2x - 1 = \sqrt{4 - 5x}$ (4)

1.2 Los gelyktydig op vir x en y:

$y - 2x = -1$ en $2y^2 + 4xy = 6x^2$ (6)

1.3 Gegee die kwadratiese vergelyking: $2x^2 - px + 1 = 0, x \in \mathbb{R}$.

Bepaal die moontlike waarde(s) van p, sodat die vergelyking twee **ongelyke** reële wortels sal hê. (5)

[25]

VRAAG 2

2.1 Die tiende en die sewentiende terme van 'n rekenkundige ry is onderskeidelik 21 en 49.

2.1.1 Bepaal die gemene verskil van die ry. (3)

2.1.2 Bereken: $T_1 + T_{18}$ (3)

2.2 Gegee: $\sum_{n=1}^{m}(4n-19)=1189$

2.2.1 Skryf die eerste drie terme van die reeks neer. (1)

2.2.2 Bereken die waarde van m. (4)

2.3 $-78;-76;-72;-66;...$ is 'n kwadratiese getalpatroon.

2.3.1 Skryf die volgende twee terme van die getalpatroon neer. (1)

2.3.2 Bepaal die n^{de} term van die getalpatroon in die vorm, $T_n = an^2 + bn + c$. (4)

2.3.3 'n Konstante, k word by T_n getel sodat al die terme van die kwadratiese getalpatroon positief word. Bepaal die waarde(s) van k. (2)

[18]

VRAAG 3

3.1 Die eerste term van 'n meetkundige ry is 81 en die gemene verhouding is r. Die som van die eerste en die derde terme van dieselfde meetkundige ry is 117. Bereken die waarde van r. (4)

3.2 Gegee die konvergerende meetkundige reeks: $3^x + 9^x + 27^x + 81^x + ...$

3.2.1 Skryf die gemene verhouding in terme van x neer. (1)

3.2.2 Bereken die waarde van x, as $S_\infty = \frac{1}{2}$. (3)

[8]

VRAAG 4

Gegee: $f(x)=\dfrac{2}{x-5}+3$

4.1 Skryf die vergelykings van die asimptote van f neer. (2)

4.2 Skryf die terrein van f neer. (1)

4.3 Bepaal die koördinate van die x- en y-afsnitte van f. (3)

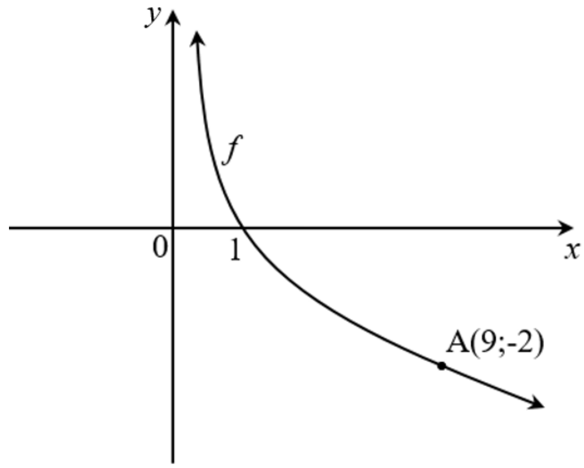
4.4 Skets die grafiek van f, toon duidelik alle asimptote en afsnitte met die asse aan. (4)

4.5 Beskryf die transformasie wat die grafiek van f moet ondergaan om die grafiek van h te vorm, waar $h(x)=-\dfrac{2}{x-5}-5$. (3)

[13]

VRAAG 5

Die diagram hieronder toon die grafiek van $f(x) = \log_b x$, waar b 'n konstante is.
f gaan deur die punt $A(9\,;-2)$.



5.1 Toon aan dat $b = \dfrac{1}{3}$. (2)

5.2 Bepaal die vergelyking van f^{-1}, die inverse van f, in die vorm $y = ...$ (2)

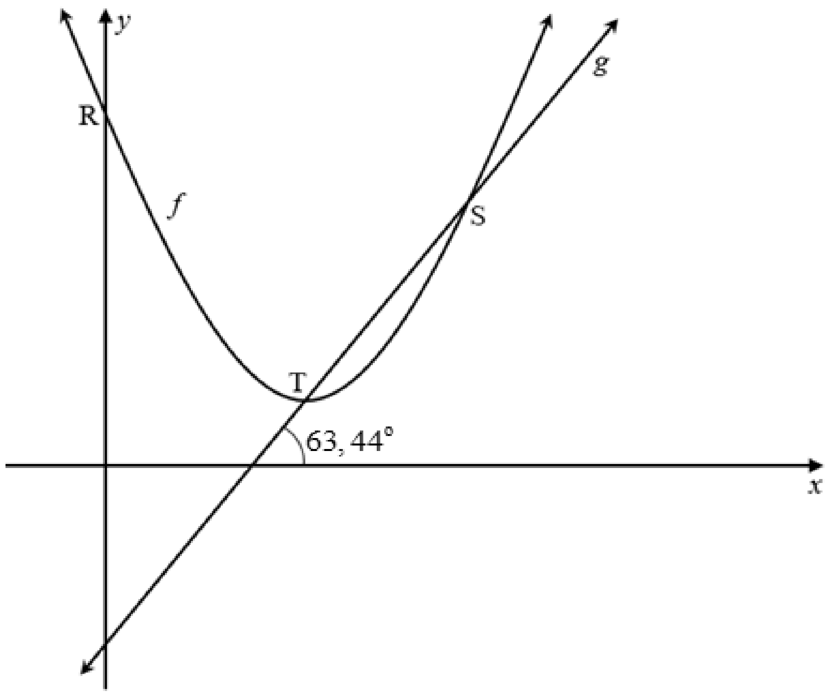
5.3 Vir watter waardes van x is $f(x) \geq 0$? (2)

5.4 Skryf die vergelyking van die asimptoot van g neer, as $g(x) = f^{-1}(x+1)$. (2)

[8]

VRAAG 6

Die diagram hieronder toon die grafieke van $f(x)=x^2-6x+11$ en $g(x)=ax+b.$ Die grafieke van f en g sny by S en T, waar T die draaipunt van f is. Die inklinasiehoek van g is $63,44^{\circ}$.



6.1 Bereken die koördinate van T. (4)

6.2 Bepaal die vergelyking van g in die vorm $y=mx+c$. (3)

6.3 Bepaal, vervolgens of andersins, die koördinate van S. (4)

6.4 Bepaal die waardes van:

6.4.1 x, waarvoor $f(x)\leq 6$ (2)

6.4.2 k, waarvoor $f(x)+k$ reële wortels sal hê (2)

[15]

VRAAG 7

7.1 Lufezo het R97 000 in ’n rekening, wat rente teen 9,1% p.j. kwartaalliks saamgestel aanbied, gedeponeer. Bereken hoeveel jaar dit sy belegging geneem het om R166 433 te bereik. (4)

7.2 Op 1 Januarie 2018 het ’n skool ’n nuwe bus vir R482 000 gekoop. Op daardie dag het hulle ook ’n delgingsvonds begin om voorsiening vir ’n nuwe bus na 5 jaar te maak.

7.2.1 Oor die volgende 5 jaar neem die bus se waarde af teen 14,7% p.j. op die verminderdesaldo-metode. Bereken die inruilwaarde/boekwaarde van die bus na 5 jaar. (2)

7.2.2 Die prys van hierdie busse vermeerder teen 8,1% per jaar. Bereken die prys van ’n nuwe bus op 1 Januarie 2023, d.w.s na 5 jaar. (2)

7.2.3 Die bank het ’n rentekoers van 7,3% p.j., maandeliks saamgestel vir die delgingsvonds aangebied. Die eerstebetaling, x rand, was op 1 Januarie 2018 in die vonds gemaak en daarna was dieselfde bedrag op die eerste dag van elke maand inbetaal. Die laaste betaling was op 1 Desember 2022 gemaak.

Op 31 Desember 2022 het die skool ’n nuwe bus gekoop en die inruilwaarde/boekwaarde van die ou bus as ’n deposito gebruik.

Bereken die maandelikse betaling in die delgingsvonds. (6)

[14]

VRAAG 8

8.1 Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels, as $f(x) = 1 - x^2$ (5)

8.2 Bepaal:

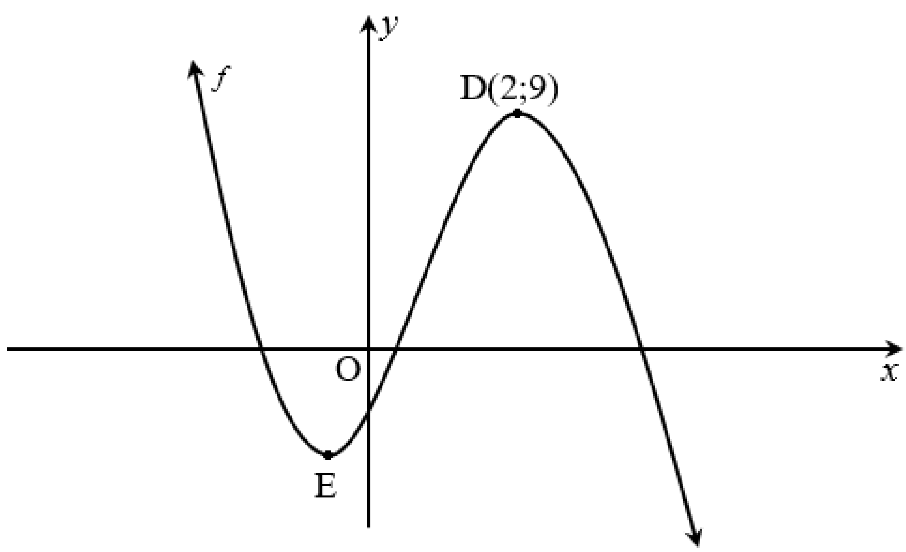
8.2.1 $D_x\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ (3)

8.2.2 $\frac{dy}{dx}$ as $y = \frac{x^5}{10} - \frac{2}{\sqrt{x}}$ (3)

[11]

VRAAG 9

Die diagram hieronder toon die grafiek van $f(x) = -2x^3 + ax^2 + bx - 3$. D(2 ; 9) en E is die draaipunte van f.



9.1 Bepaal die waardes van a en b. (5)

9.2 As $f(x) = -2x^3 + 5x^2 + 4x - 3$, bereken die koördinate van E. (3)

9.3 Bepaal die waardes van x waarvoor:

9.3.1 $f'(x) < 0$ (2)

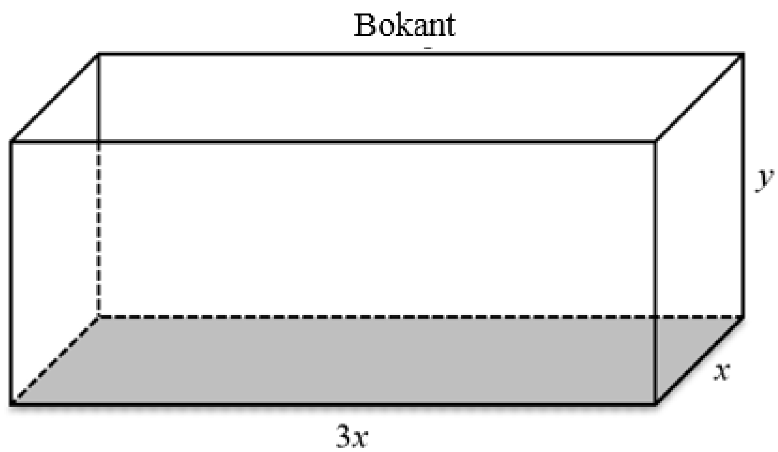
9.3.2 Die grafiek van f konkaaf af is (3)

9.4 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die grafiek van f by $P(-1 ; 0)$, in die vorm $y = mx + c$. (4)

[17]

VRAAG 10

Die houtboks in die diagram is ’n reghoekige prisma en dit is oop aan die bokant. Die afmetings van die basis is $3x$ meter by x meter, en die hoogte is y meter. Die totale buite oppervlakte is $147\,\text{m}^2$.



10.1 Toon aan dat $y = \dfrac{147 - 3x^2}{8x}$. (2)

10.2 Bereken die waarde van x waarvoor die volume van die boks ’n maksimum is. (5)

[7]

VRAAG 11

11.1 ŉ Opname was onder 210 mense gedoen om te bepaal of hulle verkies om rugby of sokker op TV te kyk. Die resultate word in die gebeurlikheidstabel hieronder getoon.

	KYK SOKKER	**KYK RUGBY**	**TOTAAL**
Vroulik	72	a	120
Manlik	54	36	90
Totaal	b	84	210

11.1.1 Bepaal die waardes van a en b. (2)

11.1.2 Gee die waarskynlik dat ŉ individu wat blindelings gekies word, ŉ vrou is wat verkies om sokker te kyk. (2)

11.1.3 Is die gebeurtenisse 'manlik wees' en 'kyk rugby' onafhanklik? Staaf jou antwoord met berekeninge. (4)

11.2 Die wagwoord van ŉ rekenaar bestaan uit 3 letters en 3 syfers, in daardie volgorde. Al 10 syfers en 26 letters van die alfabet mag, sonder herhaling, gebruik word.

Voorbeeld:

A	B	C	1	2	3

11.2.1 Hoeveel verskillende wagwoorde kan uit die 10 syfers en 26 letters gevorm word? (2)

11.2.2 Bereken die waarskynlikheid, dat die eerste letter van die wagwoord wat gevorm is ŉ vokaal/klinker is en die laaste syfer van die wagwoord ŉ faktor van 9 is. (4)

[14]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad$ $A = P(1-ni)$ $\quad$ $A = P(1-i)^n$ $\quad$ $A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad$ $S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad$ $S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $\quad$ $r \neq 1$ $\quad$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad$ $P = \frac{x\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad$ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad$ $P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$