GAUTENG PROVINCE
EDUCATION
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

JUNIE EKSAMEN
GRAAD 12

2024

WISKUNDE

(VRAESTEL 2)

WISKUNDE V2

C2612A

X05

TYD: **3 uur**

PUNTE: **150**

13 bladsye + 1 inligtingsblad en 'n antwoordboek van 23 bladsye

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL vrae in die SPESIALE ANTWOORDBOEK wat voorsien is.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke ens. wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nie-programmeerbaar en nie-grafiese), tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. ’n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Die data hieronder toon die punte (uit 100), wat deur 16 leerders behaal is in 'n Wiskunde toets (Toets 1).

67	77	26	92	48	38	56	58
75	83	32	94	60	44	64	68

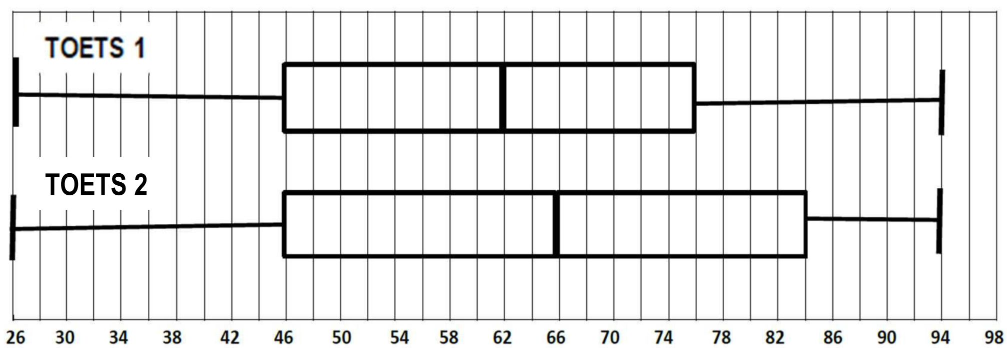
Bereken die:

1.1.1 Gemiddelde punt van die toets (2)

1.1.2 Standaardafwyking van die data (1)

1.1.3 Die aantal leerders wie se punte buite een standaardafwyking van die gemiddelde val (2)

1.2 Die 16 leerders waarna in VRAAG 1.1 verwys word, het 'n tweede toets (Toets 2) geskryf. Die mond-en-snordiagram hieronder toon die verspreiding van punte wat die 16 leerders in die twee toetse behaal het.



1.2.1 Beskryf die skeefheid van die punte vir Toets 1. (1)

1.2.2 Watter toets was makliker vir die leerders? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)

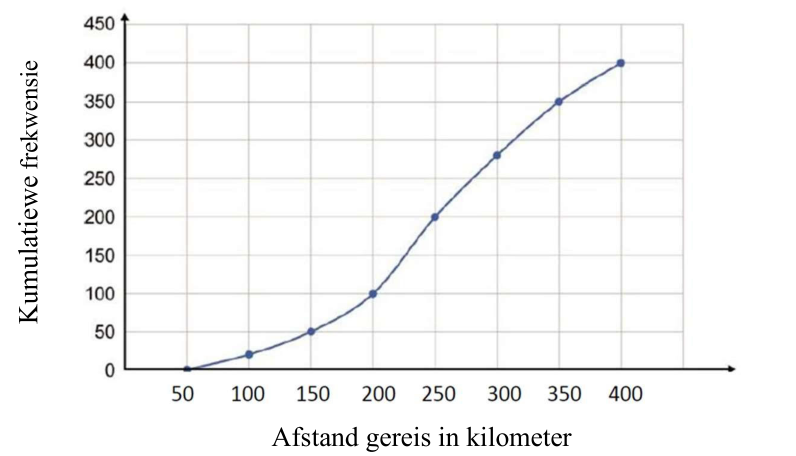
1.2.3 Hoeveel leerders het meer as 84% in die tweede toets behaal? (2)

[10]

VRAAG 2

2.1 In 'n opname is 'n groep mense gevra oor die totale afstand wat hul vanaf hul huise gereis het in die laaste week van Desember 2023. Die data wat versamel is, word weerspieël in die frekwensie tabel en ogief (kumulatiewe frekwensie kurwe) hieronder.

Afstand gereis (x kilometer)	Frekwensie
$50 \leq x < 100$	20
$100 \leq x < 150$	30
$150 \leq x < 200$	**A**
$200 \leq x < 250$	**B**
$250 \leq x < 300$	80
$300 \leq x < 350$	70
$350 \leq x < 400$	50



2.1.1 Hoeveel mense het aan hierdie opname deelgeneem? (1)

2.1.2 Bepaal die waardes van **A** en **B** in die tabel hierbo. (2)

2.1.3 Gebruik die ogief/tabel om die aantal mense te skat wat tussen 100 km en 300 km gereis het. (2)

2.1.4 Indien al die mense wat meer as 350 km gereis het, uit die opname verwyder word, hoe sal dit die mediaan van die data affekteer? (1)

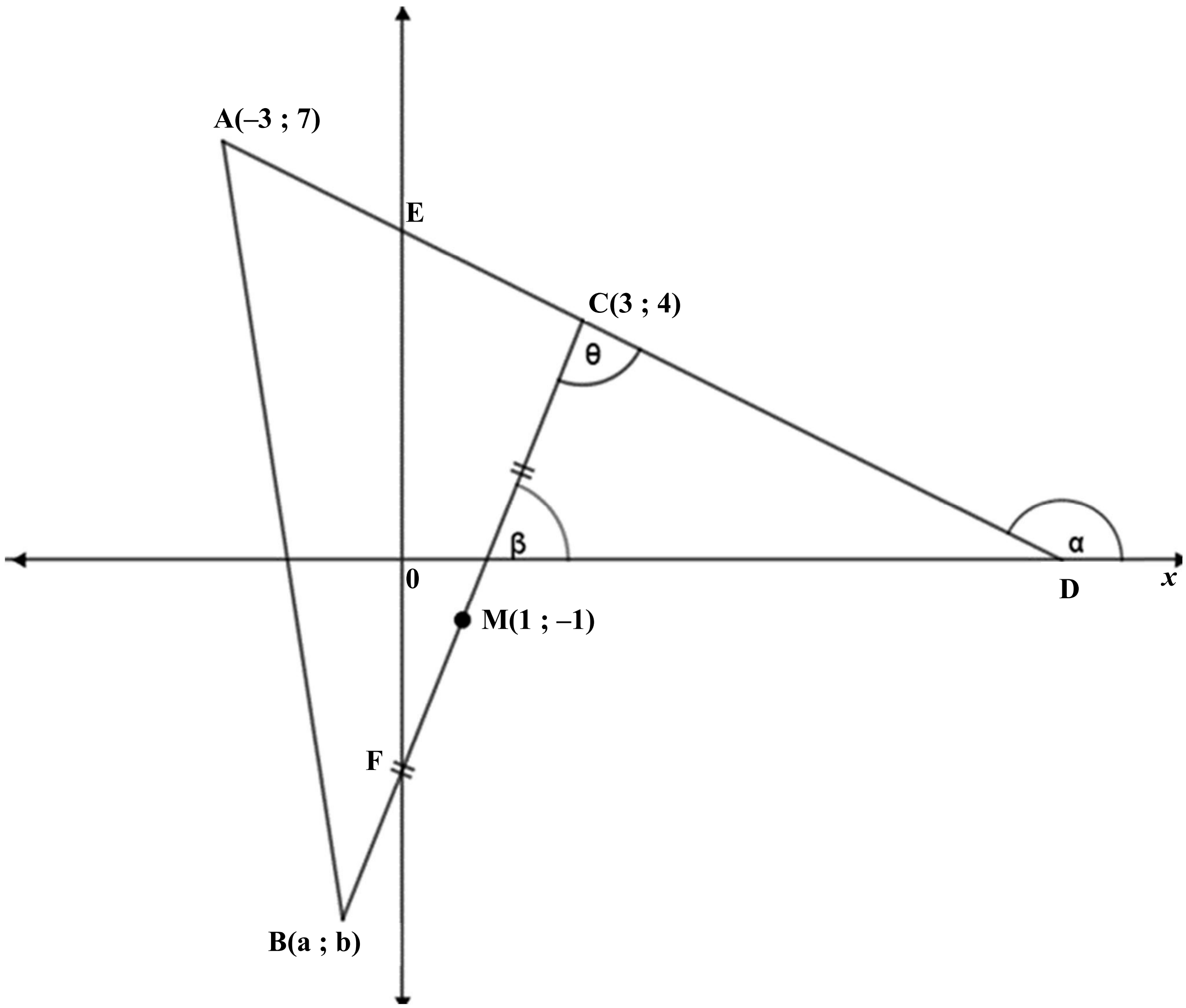
2.2 Indien die geskatte gemiddeld van die data in die onderstaande tabel 16,4 is, wat sal die waarde van t wees?

Interval	Frekwensie
$0 < x \leq 10$	13
$10 < x \leq 20$	t
$20 < x \leq 30$	12
$30 \leq x < 40$	4

(4)
[10]

VRAAG 3

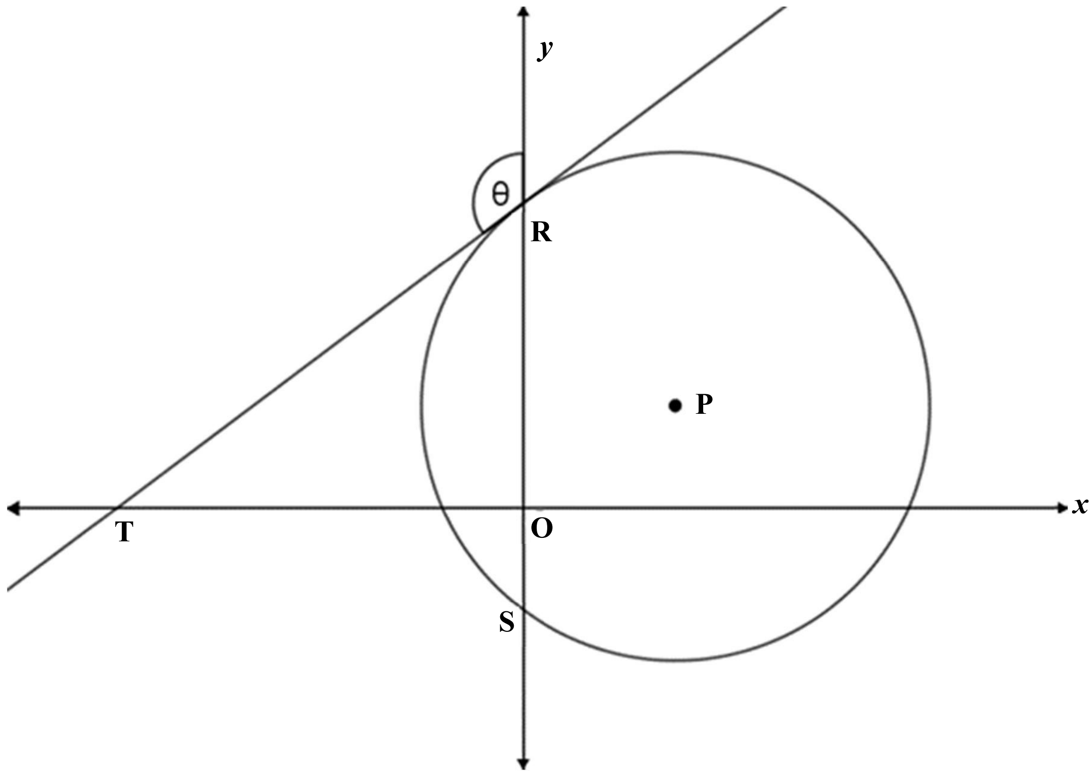
In die diagram hieronder is die vergelyking van lyn AD, $2y + x = 11$. M(1; -1) is die middelpunt van die reguitlyn wat B(a; b) en C(3;4) verbind. Die inklinasiehoeke van AD en BC is α en β respektiewelik. E en F is die y-afsnitte van AD en BC respektiewelik.



3.1	Bepaal die koördinate van B(a ; b).	(3)
3.2	Bepaal die gradiënt van BC.	(2)
3.3	Bepaal die grootte van θ. (Korrek tot EEN desimale plek)	(4)
3.4	Bepaal die vergelyking van lyn BC.	(2)
3.5	Bepaal die oppervlak van ΔCEF.	(4)
		[15]

VRAAG 4

Die diagram hieronder toon die sirkel met middelpunt P en vergelyking $x^2 + y^2 - 6x - 4y = 12$.
Die sirkel sny die y-as by punte R en S. RT is ’n raaklyn aan die sirkel by R en sny die x-as by T.
Hoek θ is aangedui.



4.1 Bepaal die koördinate van P en die radius van die sirkel. (4)

4.2 Toon aan dat die koördinate van R, R$(0\,;6)$ is. (2)

4.3 Bepaal die vergelyking van raaklyn RT in die vorm $y = mx + c$. (3)

4.4 Bepaal die grootte van θ. (Korrek tot EEN desimale plek) (3)

4.5 ’n Vertikale lyn word as ’n raaklyn aan die sirkel P by Q(a ; b) getrek, waar $a > 0$ is. Skryf die koördinate van Q neer. (2)

4.6 Vir watter waardes van k, sal $y = +\frac{3}{4}x + k$, 'n snylyn van die sirkel wees? (4)

4.7 'n Ander sirkel M met die vergelyking $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 36$ word geteken. Sal sirkel M die sirkel P raak of sny, of sal dit glad nie sirkel P raak of sny nie? Toon alle berekeninge om jou antwoord te bepaal. (4)

[22]

VRAAG 5

5.1 Vereenvoudig die uitdrukking, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**:

$$tan\ (-x) \cdot sin\ (90° + x) + \frac{sin2x}{2cos(360° + x)}$$ (6)

5.2 Gegee dat $sin27° = p$, bepaal, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, elk van die volgende in terme van p:

5.2.1 $cos27°$ (2)

5.2.2 $sin^2 63°$ (2)

5.2.3 $cos13,5°$ (3)

5.3 Indien $cosx + sinx = k$, druk die volgende uit in terme van k:

$cos\ (x - 45\ °)$ (4)

5.4 Bewys die identiteit:

$$\frac{cos2\theta + 1}{sin2\theta} + tan\theta = \frac{1}{sin\theta cos\theta}$$ (5)

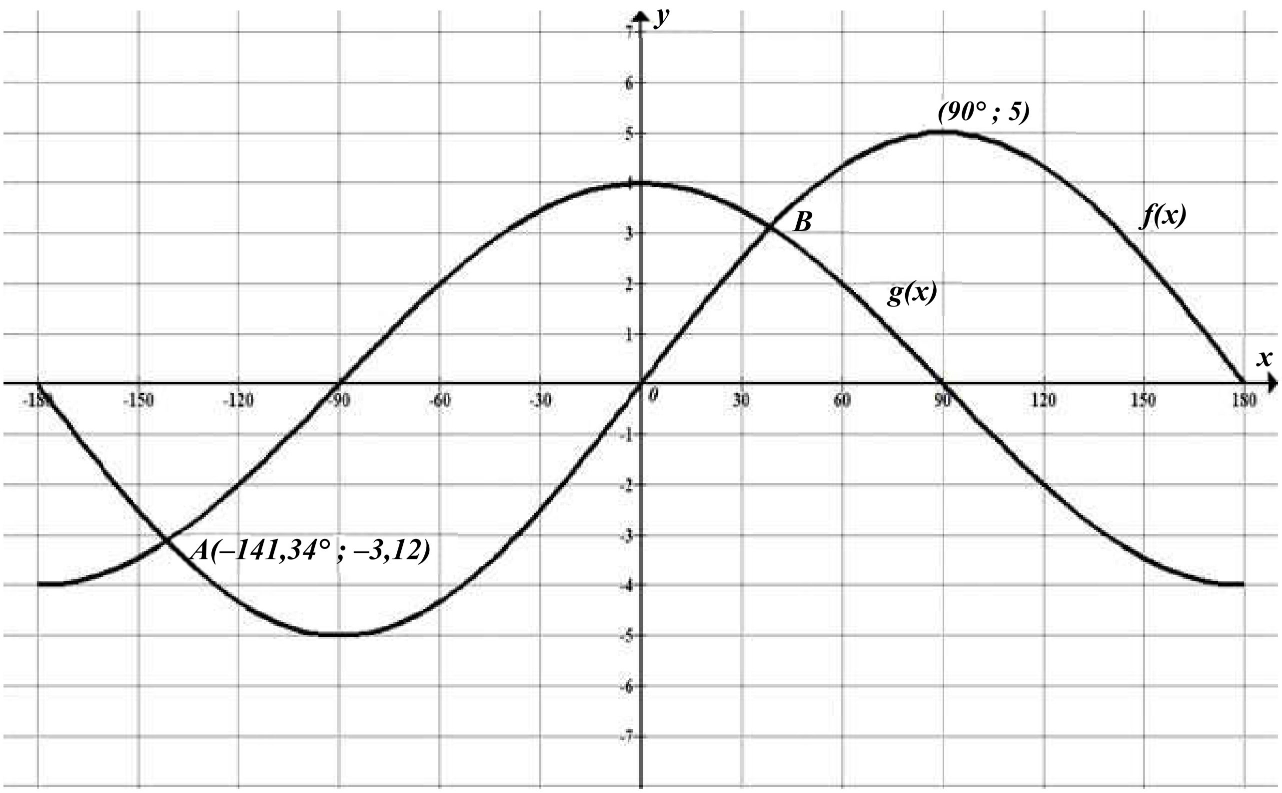
5.5 Bepaal die algemene oplossing van die vergelyking:

$4sin^2\theta = cos\ (90° - 2\theta)$ (6)

[28]

VRAAG 6

In die diagram hieronder is $f(x) = asinbx$ en $g(x) = 4cosx$ vir die interval $x \in [-180°; 180°]$ geskets. Die grafiek van $f(x)$ gaan deur $(90°; 5)$ en die grafiek van $g(x)$ gaan deur $(90°; 0)$. A en B is snypunte van grafieke f en g. A$(-141,34°; -3,12)$.



6.1 Bepaal die waardes van a en b. (2)

6.2 Die grafiek van $g(x)$ word 30° na regs en 2 eenhede vertikaal afwaarts geskuif om die grafiek $h(x)$ te vorm. Bepaal die vergelyking van $h(x)$. (2)

6.3 Bereken die minimum waarde van $\frac{8}{g(x)}$ in die interval $x \in [-60°; 60°]$. (1)

6.4 Indien A$(-141{,}34°; -3{,}12)$ is, bepaal die koördinate van B. (2)

6.5 Vir watter waardes van k sal $f(x) = k$ nie-reële oplossings hê? (2)

6.6 Gebruik die grafiek(e) om die waardes van x in die interval $x \in [-180°; 180°]$ te bepaal, waarvoor:

6.6.1 $f(x) < g(x)$ (2)

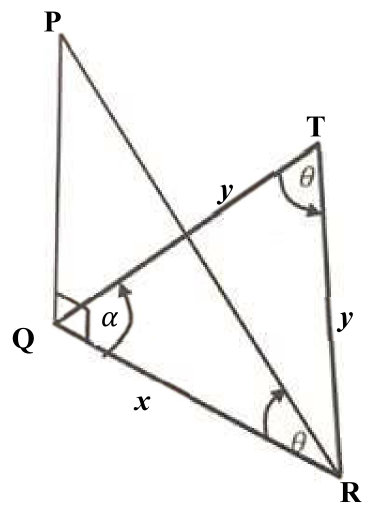
6.6.2 $f'(x) \cdot g(x) \geq 0$ (2)

[13]

VRAAG 7

In die onderstaande diagram, verteenwoordig TQR drie punte in 'n horisontale vlak op 'n sportveld. PQ is 'n vertikale vlagpaal.

Die hoogtehoek van die toppunt van die vlagpaal vanaf R is gelyk aan θ. $\hat{T} = \theta$. TQ = TR = y. QR = x eenhede. $T\hat{Q}R = \alpha$.



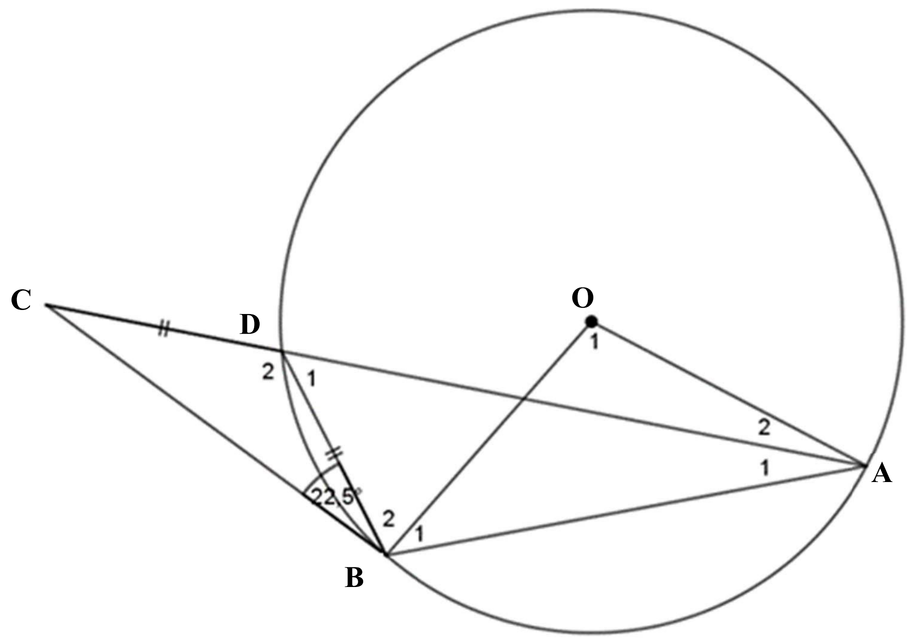
7.1 Druk θ uit in terme van α en toon dat $\sin\theta = \sin 2\alpha$. (2)

7.2 Bewys dus dat in ΔPQR: $PR = \dfrac{2y\cos\alpha}{\cos\theta}$ (4)

7.3 Indien $\alpha = 49°$; $x = 20$ m ; $y = 15$ m, bereken die oppervlak van ΔTQR. (3)
[9]

VRAAG 8

In die diagram hieronder, is O die middelpunt van die sirkel. A, B en D is punte op die sirkel. BC is 'n raaklyn aan die sirkel by B en $D\hat{B}C = 22{,}5°$. Koord AD word verleng na C, sodat CD = BD.



8.1 Bepaal, met redes, die grootte van:

8.1.1 $\hat{A}_1$ (2)

8.1.2 $\hat{D}_1$ (2)

8.1.3 $\hat{B}_2$ (2)

8.1.4 $\hat{O}_1$ (2)

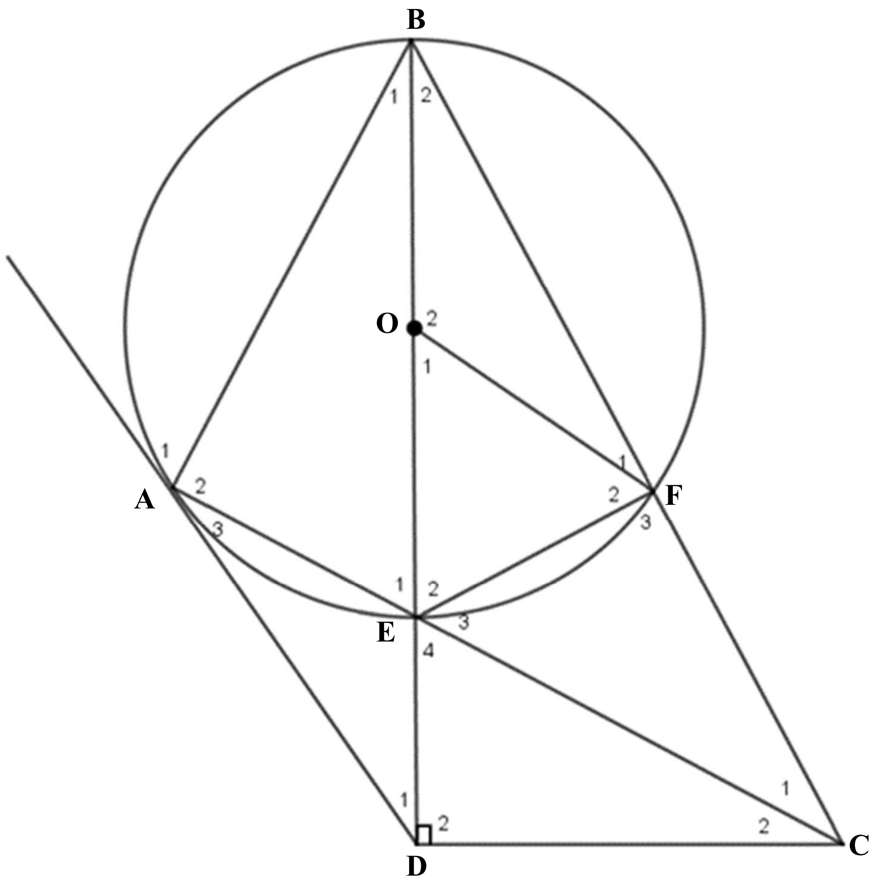
8.2 Bewys, met redes, dat OA ∥ CB. (2)

8.3 Indien dit verder gegee is dat die radius van die sirkel 12 eenhede is, bereken die lengte van BC. (4)

[14]

VRAAG 9

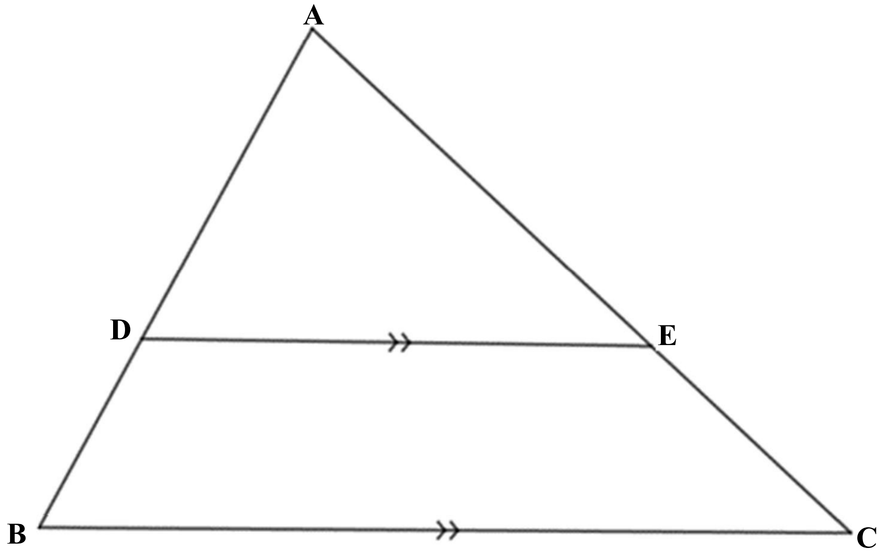
In die diagram hieronder, word die middellyn BE, van sirkel O verleng tot by D. DA is 'n raaklyn aan die sirkel en CD $\perp$BD. AC en BC sny die sirkel by E en F respektiewelik. OF en EF word getrek.



9.1	Bewys, met redes, dat ABCD 'n koordevierhoek is.	(3)
9.2	Bewys, met redes, dat BD vir $A\hat{B}C$ halveer.	(3)
9.3	Bewys, met redes, dat EC 'n raaklyn aan sirkel OEF is.	(4)
		[10]

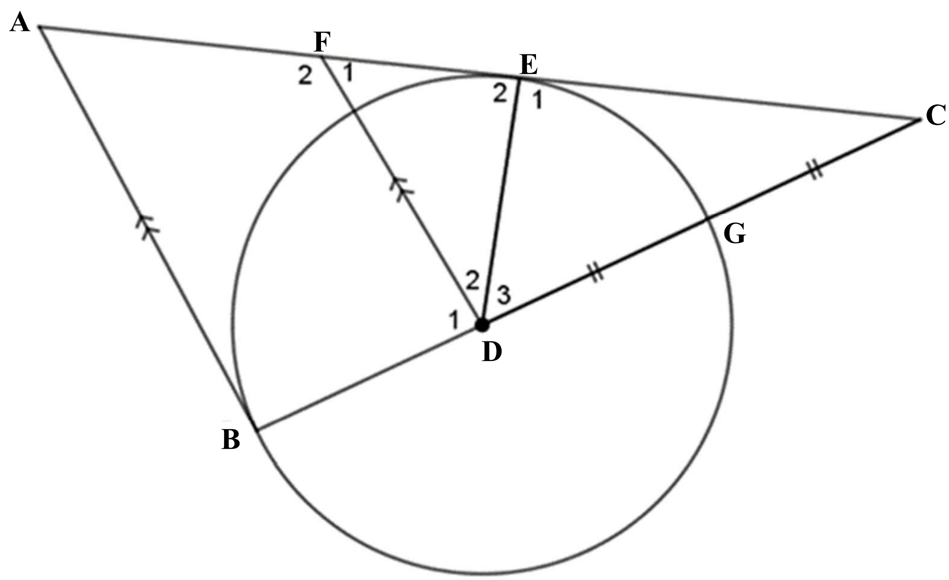
VRAAG 10

10.1 In die diagram hieronder is ΔABC geskets met DE ∥ BC.



Bewys die stelling wat staaf dat $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$. (5)

10.2 In die onderstaande diagram is D die middelpunt van die sirkel. AB en AE is raaklyne van die sirkel by B en E respektiewelik. Die middellyn BG is verleng en ontmoet raaklyn AE by C. DG = CG. F is 'n punt op AC, sodanig dat DF ∥ AB.



10.2.1 Bepaal, met redes, die verhouding van $\frac{AC}{FC}$. (3)

10.2.2 Bewys, met redes, dat ΔABC /// ΔDEC. (3)

10.2.3 Bewys dat $DE^2 = \frac{AE.EC}{3}$ (5)

10.2.4 Bepaal die verhouding van: $\frac{Area\Delta FDC}{Area\Delta ABC}$ (3)

[19]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\qquad A = P(1 - ni)$ $\qquad A = P(1 - i)^n$ $\qquad A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\qquad S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\qquad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $\qquad S_\infty = \frac{a}{1 - r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\qquad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\qquad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\qquad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\qquad m = \tan\theta$

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

InΔABC: $\qquad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$area\ \Delta \mathrm{ABC} = \frac{1}{2}ab\sin \mathrm{C}$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\qquad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\qquad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\qquad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\qquad P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

$\hat{y} = a + bx$