



basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2025

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

**Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingsblad
en 'n antwoordeboek van 27 bladsye.**



INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1.

Daar was 11 motors van dieselfde model by 'n motorhandelaar te koop. Die ouderdom (in jaar) van elke motor en die ooreenstemmende verkoopprijs (in rand) word in die tabel hieronder gegee.

OUDERDOM VAN MOTOR (IN JAAR)	VERKOOPPRYS VAN MOTOR (IN RAND)
2	293 000
3	265 000
3	256 000
4	219 000
4	241 000
4	246 000
6	226 000
6	176 000
7	154 000
7	180 000
8	148 000

- 1.1 Bepaal die vergelyking van die kleinste kwadrate-regressielyn. (3)
- 1.2 Voorspel die verkoopprijs van 'n soortgelyke motor by hierdie motorhandelaar wat 5 jaar oud is. (2)
- 1.3 Gebruik die korrelasiekoëffisiënt om te toon of die voorspelling wat in VRAAG 1.2 gemaak is, geldig is of nie. (2)
- 1.4 Gebruik die antwoord op VRAAG 1.1 om die beraamde gemiddelde jaarlikse verlaging in die verkoopprijs van hierdie 11 motors neer te skryf. (1)
- [8]**

VRAAG 2

- 2.1 Die kumulatiewefrekwensie-tabel hieronder toon die hoeveelheid tyd wat mense op 'n sekere dag op 'n sekere webtuiste bestee het.

TYD, t (IN MINUTE)	KUMULATIEWE FREKWENSIE
$0 < t \leq 20$	16
$0 < t \leq 40$	40
$0 < t \leq 60$	59
$0 < t \leq 80$	67
$0 < t \leq 100$	70

- 2.1.1 Hoeveel mense het hierdie webtuiste op daardie dag besoek? (1)
- 2.1.2 Hoeveel mense het meer as 40 en tot en met 80 minute op die webtuiste bestee? (2)
- 2.1.3 Teken 'n histogram om die inligting wat in die kumulatiewefrekwensie-tabel verskaf word, voor te stel. (3)
- 2.1.4 Lewer kommentaar op die skeefheid van die data. (1)
- 2.2 Daar is 9 spelers in 'n basketbalspan. Die afrigter het bereken dat elke speler gemiddeld 12 punte gedurende 'n wedstryd aangeteken het. Die punte wat deur 8 van die 9 spelers in die span aangeteken is, word hieronder gegee:

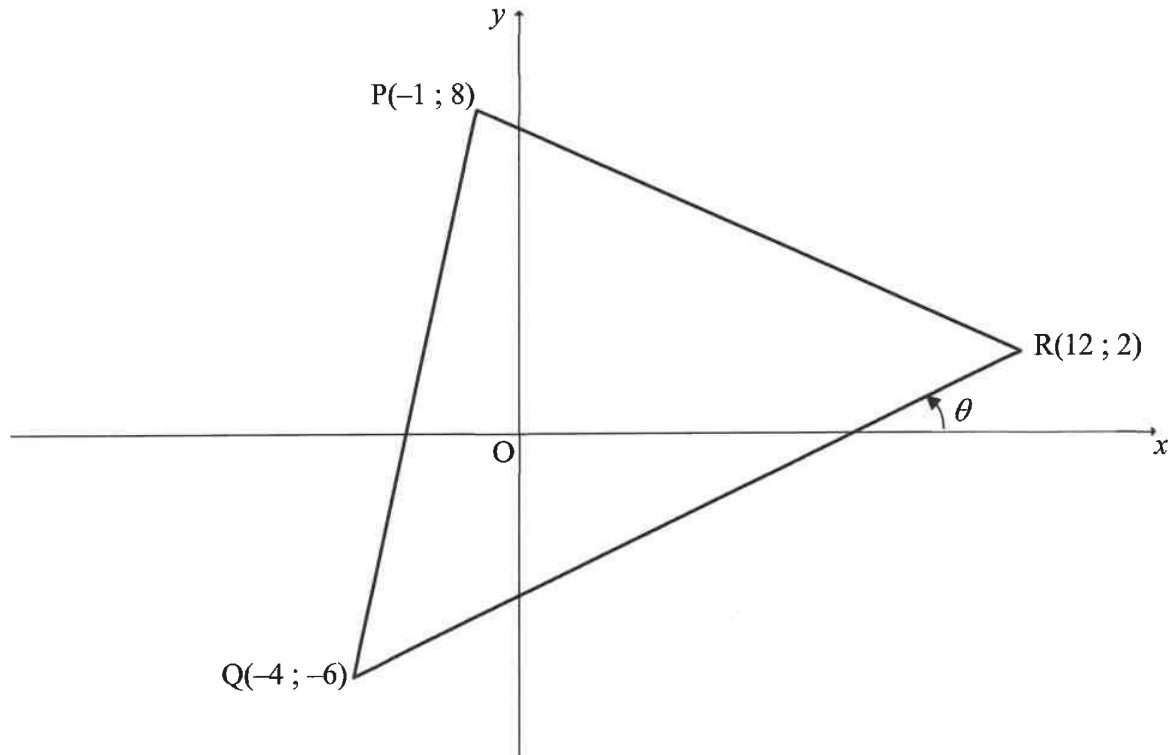
11	14	19	20	8	10	2	14
----	----	----	----	---	----	---	----

Hoeveel spelers se punte aangeteken, was buite EEN standaardafwyking van die gemiddelde punte aangeteken?

(5)
[12]

VRAAG 3

In die diagram is $P(-1 ; 8)$, $Q(-4 ; -6)$ en $R(12 ; 2)$ die hoekpunte van $\triangle PQR$. Die inklinasiehoek van QR is θ .

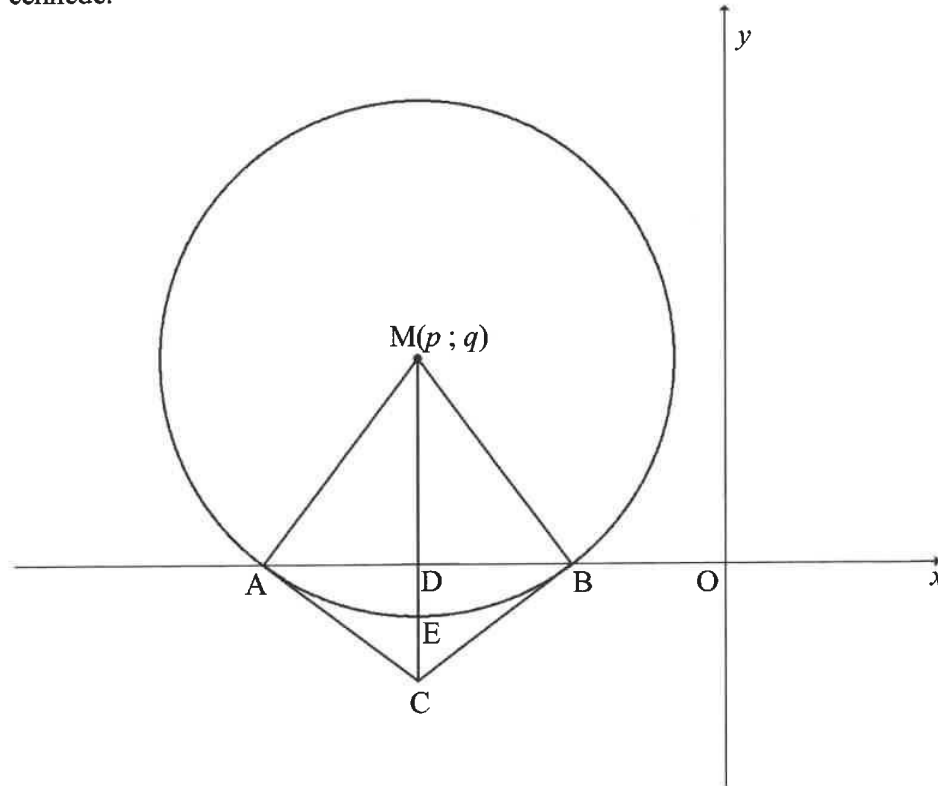


- 3.1 Bereken die lengte van QR . Laat jou antwoord in vereenvoudigde wortelvorm. (2)
- 3.2 Bereken die gradiënt van QR . (2)
- 3.3 Bereken die grootte van θ . (2)
- 3.4 Bepaal die vergelyking van QR . (2)
- 3.5 $PQRS$, in daardie volgorde, is 'n parallellogram. Skryf die koördinate van S neer. (2)
- 3.6 T is 'n punt op QR sodanig dat $PT \perp QR$. Bereken die koördinate van T . (5)
- 3.7 Bereken die oppervlakte van parallellogram $PQRS$. (3)

[18]

VRAAG 4

In die diagram is $M(p; q)$ die middelpunt van die sirkel wat die x -as by A en B sny. C is 'n punt sodanig dat die lyn getrek vanaf M na C ewewydig aan die y -as is en die x -as by D sny. MC sny die sirkel by $E(-6; -1)$. Raaklyne getrek vanaf C raak die sirkel by A en B . $AD = (q - 1)$ eenhede.



- 4.1 Skryf die waarde van p neer. (1)
- 4.2 Toon dat $q = 4$. (4)
- 4.3 Bepaal die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. (2)
- 4.4 Indien die sirkel 2 eenhede na links getransleer word, bepaal die minimum afstand tussen die sirkel en die y -as. (1)
- 4.5 Bereken die koördinate van A en B . (3)
- 4.6 Bepaal die vergelyking van raaklyn BC . (4)
- 4.7 Skryf die koördinate van C neer. (2)
- 4.8 Bereken die grootte van \hat{ACB} . (4)

[21]

VRAAG 5

5.1 Daar word gegee dat $\tan 50^\circ = k$. Druk ELK van die volgende in terme van k uit:

5.1.1 $\cos 40^\circ$ (2)

5.1.2 $\frac{2 \sin 25^\circ \cdot \cos 25^\circ}{-2 + 4 \sin^2 25^\circ}$ (5)

5.1.3 $\sin 10^\circ$ (4)

5.2 Gegee: $\frac{\sin(540^\circ + x) \cdot \cos(90^\circ + x)}{\sin(-x)}$

5.2.1 Vereenvoudig die uitdrukking hierbo volledig tot 'n enkele trigonometriese verhouding. (4)

5.2.2 Bepaal gevolglik die waardes van x in die interval $x \in [0^\circ; 360^\circ]$ waarvoor

$\sqrt{\frac{\sin(540^\circ + x) \cdot \cos(90^\circ + x)}{\sin(-x)}}$ reëel sal wees. (2)

[17]

VRAAG 6

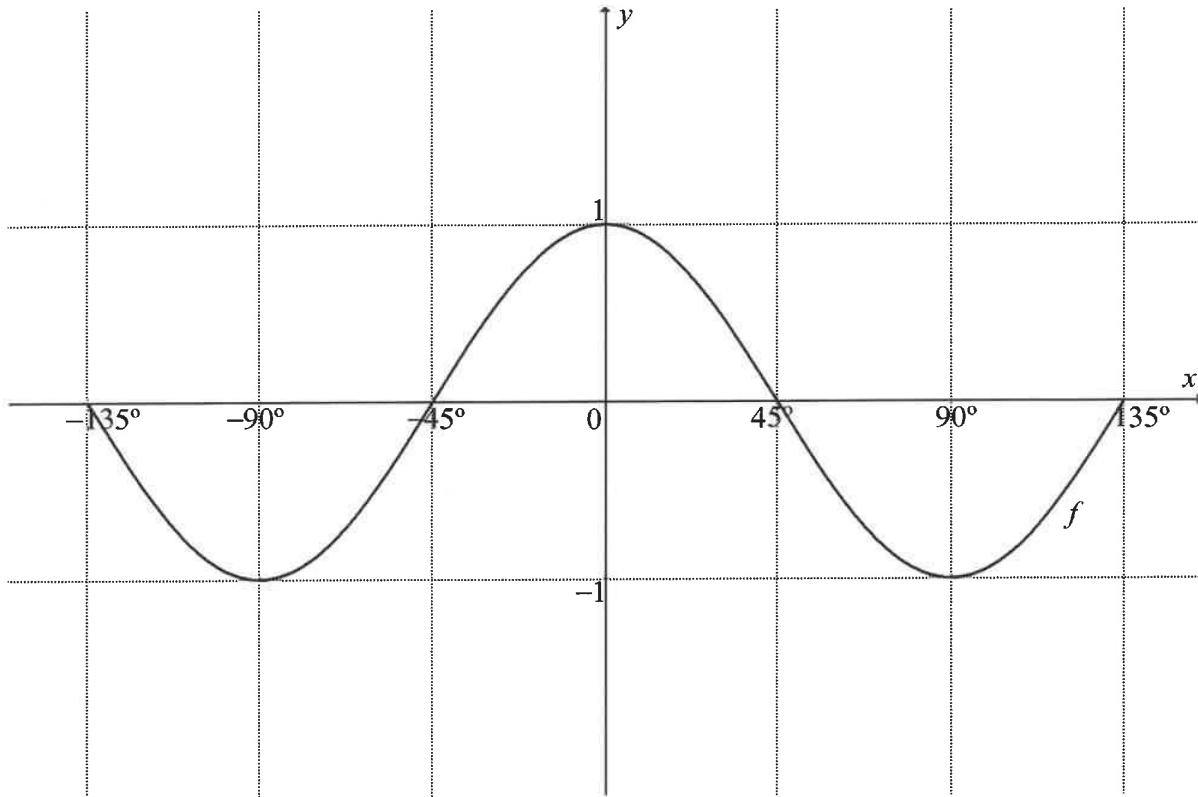
6.1 Bewys dat: $[\tan(180^\circ - x)](1 - \cos^2 x) + \cos^2 x = \frac{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cdot \cos x)}{-\cos x}$ (6)

6.2 Daar word gegee dat $\sin^2 x$; $\cos^2 x$ en $\frac{1}{2} \sin 2x$ die eerste drie terme van 'n rekenkundige ry is. Die konstante verskil van die rekenkundige ry is NIE nul NIE. Bepaal die algemene oplossing vir x . (7)

[13]

VRAAG 7

In die diagram is die grafiek van $f(x) = \cos 2x$ geteken vir $x \in [-135^\circ; 135^\circ]$.

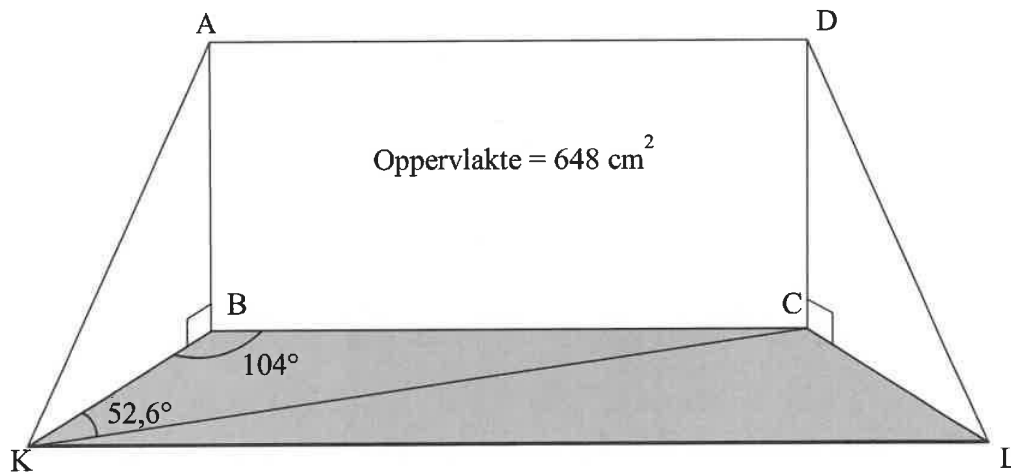


- 7.1 Skryf die periode van f neer. (1)
- 7.2 Op die asstelsel in die ANTWOORDEBOEK voorsien, teken die grafiek van $g(x) = \tan 2x - 1$ vir $x \in [-135^\circ; 135^\circ]$. (3)
- 7.3 Grafiek f is 45° na links getransleer om grafiek h te vorm. Bepaal die vergelyking van h in sy eenvoudigste vorm. (1)
- 7.4 Skryf die waardeversameling van h neer. (1)
- 7.5 Bepaal die waardes van x waarvoor $(1 - \tan 2x)(\cos 2x) \geq 0$ in die interval $x \in [0^\circ; 135^\circ]$. (4)
- [10]**

VRAAG 8

As deel van 'n skoolprojek word daar van leerders verwag om 'n draagbare verhoog vir 'n poppekasvertoning te ontwerp, soos in die diagram hieronder getoon. Die ontwerp moet aan die volgende vereistes voldoen:

- BKLC is 'n horisontale basis met $\hat{KBC} = 104^\circ$ en $\hat{BKC} = 52,6^\circ$.
- Die reghoekige agtergrond, ABCD, is vertikaal op die horisontale basis en moet 'n oppervlakte van 648 cm^2 hê.
- Die sye van ABCD moet in die verhouding $AB : BC = 1 : 2$ wees.
- Die verhoog moet gedeeltelik toe wees met driehoekige sye ABK en DCL.

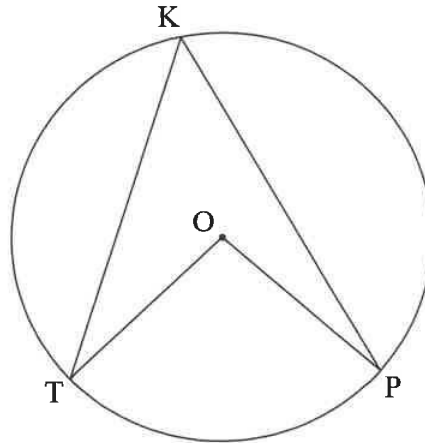


- 8.1 Toon dat $AB = 18 \text{ cm}$. (2)
- 8.2 Bereken die lengte van AC. (2)
- 8.3 Bereken die lengte van diagonaal KC. (2)
- 8.4 Indien $AB = BK$, bereken die grootte van \hat{KAC} . (4)
- [10]**

Verskaf redes vir jou bewerings in VRAAG 9, 10 en 11.

VRAAG 9

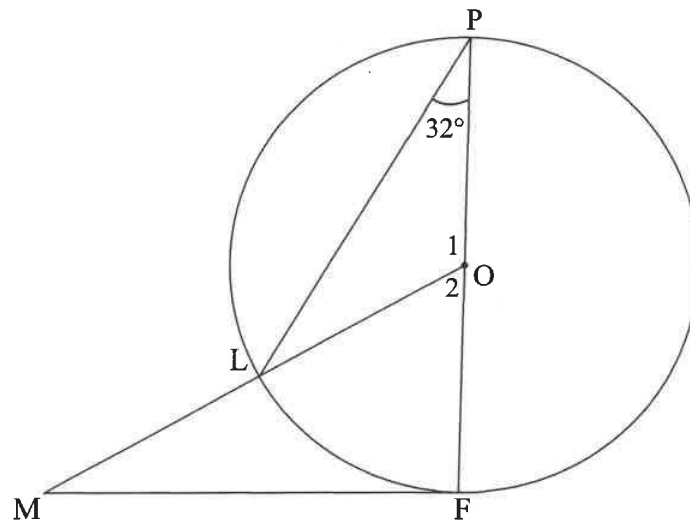
9.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel. K , T en P is punte op die sirkel.



Gebruik die diagram hierbo om die stelling te bewys wat beweer dat die hoek wat deur 'n koord (of boog) by die middelpunt van die sirkel onderspan word, gelyk is aan twee keer die hoek op die omtrek van die sirkel wat deur dieselfde koord (of boog) onderspan word, dus bewys dat $\hat{TÔP} = 2 \hat{TKP}$.

(5)

- 9.2 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel. POF is die middellyn van die sirkel en MF is 'n raaklyn aan die sirkel by F . OM sny die sirkel by L . $\hat{P} = 32^\circ$.

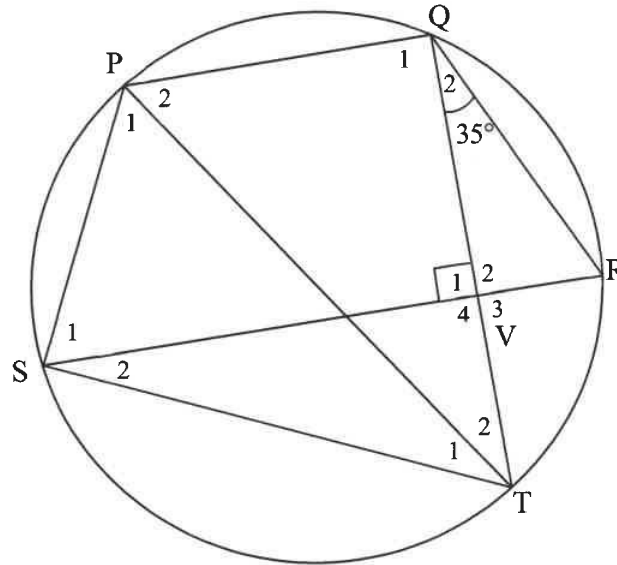


Bereken, met redes, die grootte van:

- 9.2.1 \hat{O}_2 (2)
- 9.2.2 \hat{M} (3)
- [10]**

VRAAG 10

In die diagram is PQRS 'n koordevierhoek. T is 'n punt op die sirkel sodanig dat QT loodreg op SR by V is. PT en ST is getrek. $\hat{Q}_2 = 35^\circ$ en $\hat{R} = \hat{S}_1$.



10.1 Bereken, met redes, die grootte van \hat{QTS} . (3)

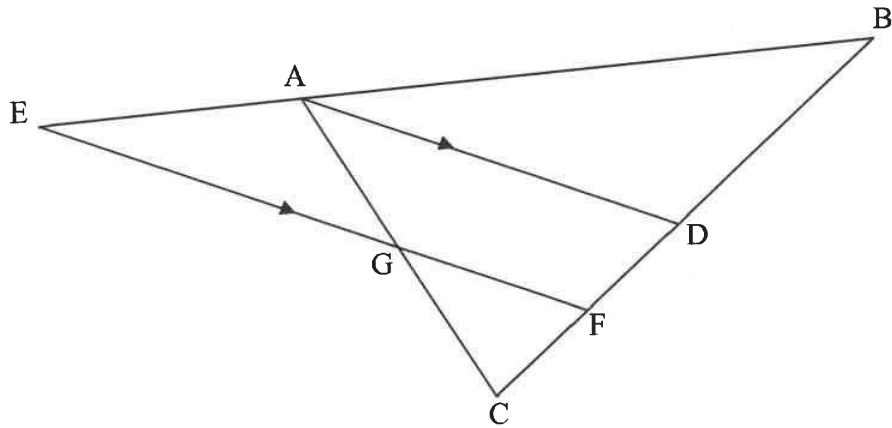
10.2 Bewys dat $PQ \parallel SR$. (3)

10.3 Bewys dat PT 'n middellyn van die sirkel is. (2)

[8]

VRAAG 11

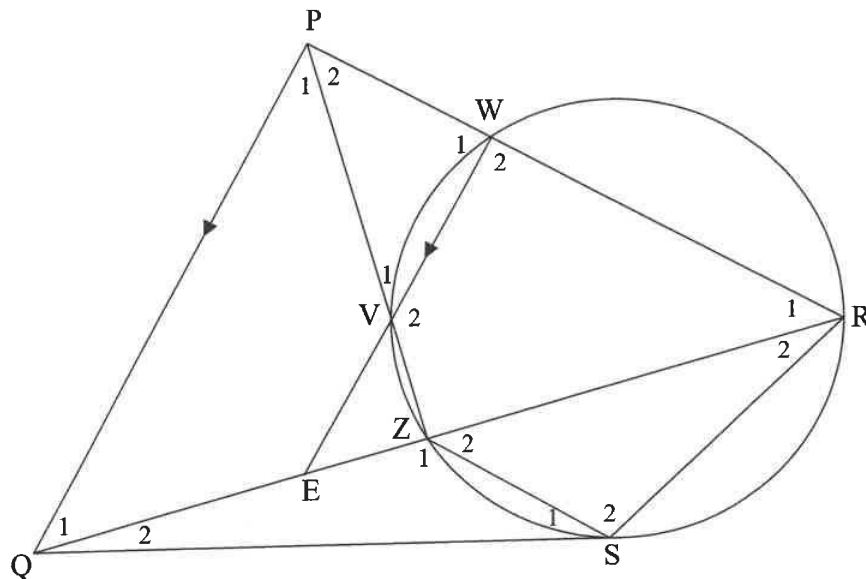
- 11.1 In die diagram is $\triangle ABC$ geteken. BA is verleng na E. F en D is punte op BC sodanig dat $AD \parallel EF$. AC en EF sny by G. $\frac{CF}{FB} = \frac{2}{5}$ en $\frac{CG}{GA} = \frac{3}{2}$.



Bereken, met redes, die waarde van:

- 11.1.1 $\frac{FD}{CF}$ (2)
- 11.1.2 $\frac{BA}{EA}$ (4)
- 11.1.3 $\frac{\text{Oppervlakte van } \triangle GCF}{\text{Oppervlakte van GFDA}}$ (4)

- 11.2 In die diagram is $WVZR$ 'n koordevierhoek. RZ is verleng na Q . 'n Raaklyn word van Q getrek om die sirkel by S te raak. WV is verleng na E , 'n punt op ZQ . RW en ZV verleng, ontmoet by P . $PQ \parallel WE$. RS en ZS is getrek.



Bewys, met redes, dat:

$$11.2.1 \quad PR = \frac{PW \cdot QR}{QE} \quad (2)$$

$$11.2.2 \quad \text{Indien } \triangle PQZ \parallel \triangle RQP, \text{ dan is } PQ^2 = RQ \cdot QZ \quad (1)$$

$$11.2.3 \quad \triangle QSZ \parallel \triangle QRS \quad (3)$$

$$11.2.4 \quad PQ = QS \quad (3)$$

$$11.2.5 \quad PW = \frac{QE \cdot PZ}{\sqrt{QR \cdot QZ}} \quad (4)$$

[23]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$